解析III・演習問題–No.1–

1　次の二階または三階微分方程式の解を求めよ。

(1.1)	$x''(t)+x'(t)-2x(t)=t$	$x(0)=1,\quad x'(0)=2$
(1.2)	$x''(t)-2x'(t)-3x(t)=10\cos t$	$x(0)=2,\quad x'(0)=-1$
(1.3)	$x''(t)-x'(t)-6x(t)=t^2$	$x(0)=1,\quad x'(0)=2$
(1.4)	$x''(t)-x(t)=5\sin 2t$	$x(0)=-1,\quad x'(0)=1$
(1.5)	$x''(t)+3x'(t)+2x(t)=t^3$	$x(0)=1,\quad x'(0)=-1$
(1.6)	$x''(t)-4x'(t)+3x(t)=1$	$x(0)=1,\quad x'(0)=2$
(1.7)	$x''(t)-4x'(t)+3x(t)=e^{-t}$	$x(0)=1,\quad x'(0)=2$
(1.8)	$x''(t)-4x'(t)+3x(t)=e^{t}$	$x(0)=1,\quad x'(0)=2$
(1.9)	$x''(t)+x(t)=-2e^t+1$	$x(0)=2,\quad x'(0)=0$
(1.10)	$x'''(t)-3x'(t)-2x(t)=(t+4)e^t$	$x(0)=1,\quad x'(0)=3,\quad x''(0)=2$
(1.11)	$x'''(t)+3x''(t)-4x(t)=-8t^4$	$x(0)=-1,\quad x'(0)=4,\quad x''(0)=0$
(1.12)	$x'''(t)-3x''(t)+2x'(t)=e^{2t}$	$x(0)=2,\quad x'(0)=0,\quad x''(0)=-2$
(1.13)	$x'''(t)-4x'(t)=3e^t+3e^{-t}$	$x(0)=0,\quad x'(0)=4,\quad x''(0)=4$
(1.14)	$x'''(t)+x''(t)-x'(t)-x(t)=3e^{-2t}$	$x(0)=-2,\quad x'(0)=2,\quad x''(0)=1$
(1.15)	$x'''(t)+3x''(t)+2x'(t)=e^{-t}+2$	$x(0)=0,\quad x'(0)=0,\quad x''(0)=4$
(1.16)	$x'''(t)-x'(t)=4e^t+6e^{-2t}$	$x(0)=3,\quad x'(0)=2,\quad x''(0)=0$
(1.17)	$x'''(t)+2x''(t)-4x'(t)-8x(t)=6e^{-t}+32te^{2t}$	$x(0)=1,\quad x'(0)=4,\quad x''(0)=0$

2　a,b は実数とする。次の二階微分方程式の解を求めよ。さらに、下の各問に答えよ。

(2.1)	$x''(t)-(a+1)x'(t)+ax(t)=0$	$x(0)=0,\quad x'(0)=1$
(2.2)	$x''(t)-(a+1)x'(t)+ax(t)=e^t$	$x(0)=0,\quad x'(0)=1$
(2.3)	$x''(t)-2ax'(t)+a^2x(t)=0$	$x(0)=1,\quad x'(0)=0$
(2.4)	$x''(t)-2ax'(t)+a^2x(t)=e^{bt}$	$x(0)=1,\quad x'(0)=0$
(2.5)	$x''(t)-2ax'(t)+(a^2+1)x(t)=0$	$x(0)=1,\quad x'(0)=0$
(2.6)	$x''(t)-2x'(t)+(a^2+1)x(t)=0$	$x(0)=-1,\quad x'(0)=1$
(2.7)	$x''(t)-2x'(t)+(a^2+1)x(t)=te^t$	$x(0)=-1,\quad x'(0)=1$
(2.8)	$x''(t)-(a-1)x'(t)-ax(t)=e^{-t}$	$x(0)=1,\quad x'(0)=-1$

(1)　（(2.1) について）$a\to 1$ としたときの解の極限を求め、$a=1$ としたときの解と比較せよ。（(2.6), (2.7) について）$a\to 0$ としたときの解の極限を求め、$a=0$ としたときの解と比較せよ。（(2.8) について）$a\to -1$ としたときの解の極限を求め、$a=-1$ としたときの解と比較せよ。

(2)　（(2.2),(2.4),(2.7),(2.8) についてヒントを兼ねて）それぞれの初期条件によらない全ての解を、その解として持つような三階斉次微分方程式を一つずつ求めよ。

解析III・演習問題–No.2–

3　次の連立微分方程式の解を求めよ。

(1) $\begin{cases} x_1{}'(t) = 5x_1(t) - x_2(t) & x_1(0)=3 \\ x_2{}'(t) = -x_1(t) + 5x_2(t) & x_2(0)=1 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} x_1{}'(t) = 5x_1(t) + x_2(t) & x_1(0)=1 \\ x_2{}'(t) = 5x_2(t) & x_2(0)=3 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x_1{}'(t) = 5x_1(t) + x_2(t) & x_1(0)=3 \\ x_2{}'(t) = x_1(t) + 5x_2(t) & x_2(0)=-1 \end{cases}$

(4) $\begin{cases} x_1{}'(t) = 5x_1(t) + x_2(t) & x_1(0)=-1 \\ x_2{}'(t) = 4x_1(t) + 5x_2(t) & x_2(0)=3 \end{cases}$

(5) $\begin{cases} x_1{}'(t) = 5x_1(t) - x_2(t) & x_1(0)=-3 \\ x_2{}'(t) = 4x_1(t) + 5x_2(t) & x_2(0)=1 \end{cases}$

(6) $\begin{cases} x_1{}'(t) = 5x_1(t) - x_2(t) & x_1(0)=1 \\ x_2{}'(t) = 5x_2(t) & x_2(0)=-3 \end{cases}$

(7) $\begin{cases} x_1{}'(t) = 5x_1(t) + 4x_2(t) & x_1(0)=-3 \\ x_2{}'(t) = 4x_1(t) + 5x_2(t) & x_2(0)=-1 \end{cases}$

(8) $\begin{cases} x_1{}'(t) = 5x_1(t) + 4x_2(t) + 1 & x_1(0)=-3 \\ x_2{}'(t) = 4x_1(t) + 5x_2(t) - 8e^t & x_2(0)=-1 \end{cases}$

(9) $\begin{cases} x_1{}'(t) = 5x_1(t) + 4x_2(t) & x_1(0)=-1 \\ x_2{}'(t) = 5x_2(t) & x_2(0)=-3 \end{cases}$

(10) $\begin{cases} x_1{}'(t) = 5x_1(t) + 4x_2(t) + 1 & x_1(0)=-1 \\ x_2{}'(t) = 5x_2(t) + e^{5t} & x_2(0)=-3 \end{cases}$

(11) $\begin{cases} x_1{}'(t) = 5x_1(t) - x_2(t) & x_1(0)=-1 \\ x_2{}'(t) = x_1(t) + 5x_2(t) & x_2(0)=1 \end{cases}$

(12) $\begin{cases} x_1{}'(t) = 5x_1(t) - x_2(t) - e^{5t} & x_1(0)=-1 \\ x_2{}'(t) = x_1(t) + 5x_2(t) + e^{5t} & x_2(0)=1 \end{cases}$

(13) $\begin{cases} x_1{}'(t) = 5x_2(t) & x_1(0)=3 \\ x_2{}'(t) = 5x_1(t) & x_2(0)=-3 \end{cases}$

(14) $\begin{cases} x_1{}'(t) = 5x_2(t) - 1 & x_1(0)=3 \\ x_2{}'(t) = 5x_1(t) + 1 & x_2(0)=-3 \end{cases}$

(15) $\begin{cases} x_1{}'(t) = 5x_1(t) - x_2(t) & x_1(0)=-3 \\ x_2{}'(t) = 4x_1(t) & x_2(0)=3 \end{cases}$

(16) $\begin{cases} x_1{}'(t) = 5x_1(t) - x_2(t) - 8e^{5t} & x_1(0)=-3 \\ x_2{}'(t) = 4x_1(t) - 3e^t & x_2(0)=3 \end{cases}$

(17) $\begin{cases} x_1{}'(t) = 5x_1(t) - x_2(t) & x_1(0)=1 \\ x_2{}'(t) = 4x_1(t) + x_2(t) & x_2(0)=-1 \end{cases}$