

研究成果

可積分系理論に立脚した曲面の離散化に取り組んでおり、線形 Weingarten 曲面の離散化に取り組んで参りました。得られた主な結果は以下の通りです (引用は “List of Papers” より)。

1. 3次元ユークリッド空間内の半離散極小曲面の研究 ([1])

申請者は Wayne Rossman 氏 (神戸大学) との共同研究において、Müller-Wallner によって定義された半離散双等温曲面の特別なクラスである半離散極小曲面に対して Weierstrass 型の表現公式を導出し、例を新たに構成しました。応用として、懸垂面と呼ばれる回転面かつ極小曲面を様々な方法で離散化し、共通する性質、異なる性質の解析を行いました。特に Müller-Wallner の意味での半離散懸垂面のうち一方は Bobenko-Pinkall の意味での離散懸垂面の生成曲線と一致し、他方はなめらかな懸垂面の生成曲線と一致することを示しました。この結果により、一般の半離散曲面のうち一方は離散曲面と類似の性質を持ち、他方は滑らかな曲面と類似の性質を持つことが予想されます。

2. 3次元ミンコフスキー空間内の離散・半離散極大曲面の構成 ([2]、[8])

3次元ミンコフスキー空間内の双等温曲面の中でも特に、平均曲率が恒等的に0となる極大曲面と呼ばれるクラスの離散化、半離散化を行いました。3次元ユークリッド空間内の極小曲面とは異なり、離散的でない場合、3次元ミンコフスキー空間内の極大曲面は一般に特異点を持つことが知られています。このため離散化された極大曲面にも同様に特異点が現れると期待されます。申請者はまず、離散・半離散極大曲面に対する Weierstrass 型の表現公式を導出し、さらに離散化された極大曲面に現れる特異点の解析を行いました。離散化された曲面に現れる特異点を明示的に定義したうえで精密な解析が行われたのはこれらが初めてであり、今後さらにクラスを拡張できると期待されます。

3. 3次元双曲空間、ド・ジッター空間内の離散線形ワインガルテン曲面の解析 ([5])

3次元双曲空間内の Bryant 型線形 Weingarten 曲面 (BrLW 曲面) と呼ばれる、平坦曲面、平均曲率一定1曲面を含む広いクラスの離散化は、Hoffmann-Rossman-佐々木-吉田によって紹介されました。一方で、現れる特異点の解析は平坦曲面の場合のみで行われており、一般の BrLW 曲面の特異点の解析はなされていませんでした。申請者は Rossman 氏との共同研究において、離散曲面の特異点を定義し、BrLW 曲面に現れる特異点の解析を行いました。さらに、離散 BrLW 曲面の単位法ベクトル場が3次元ド・ジッター空間内の BiLW 曲面と呼ばれるクラスになることに注目し、BiLW 曲面に現れる特異点の解析を行いました。特に、適切な条件のもと、3次元ド・ジッター空間内の離散平均曲率一定1曲面に特異点が見れるための必要十分条件が3次元ミンコフスキー空間内の離散極大曲面に特異点が見れるための必要十分条件と一致することを示しました。

4. 3次元リーマン空間形内の離散平均曲率一定曲面の構成法の導出 ([9])

行列分解を応用した3次元ユークリッド空間内の離散平均曲率一定曲面の構成法 (離散 DPW 法) が Hoffmann によって導出されましたが、証明に非自明なギャップが多く存在しており、任意の離散平均曲率一定曲面が離散 DPW 法によって構成されるかは明らかではありませんでした。申請者は緒方勇太氏 (神戸大学) との共同研究 [9] において、これらのギャップを完全に埋めたうえで、特別な場合を除いた任意のリーマン定曲率空間内の離散平均曲率一定曲面にまで構成法を拡張しました。この結果により、任意の離散平均曲率一定曲面を構成できるだけでなく、離散 sinh-Gordon 方程式の幾何学的解法を与えることができました。さらにその平行曲面の一つである離散ガウス曲率正一定曲面に現れる特異点の解析を行いました。これは有名な可積分方程式である、sinh-Gordon 方程式の離散版の解の振る舞いとも深く関係があります。

この他、3次元ユークリッド空間及びミンコフスキー空間内の半離散回転面の分類 ([4]、[6])、3次元ミンコフスキー空間、3次元 AdS 空間内のある種の (連続的な) 時間的平均曲率一定曲面に対する Weierstrass 型の表現公式の導出及び現れる特異点の解析、さらにその離散化の理論を新たに提唱しました ([7])。