研究成果のまとめ

増井健一

円周上の向きを保つ同相写像 $\varphi : S^1 \to S^1$ で周期点をもたないものにたいして, 無理数回転 $R_\alpha : x \mapsto x + \alpha \pmod 1$ とファクター写像 $F : S^1 \to S^1$ が存在して $F \circ \varphi = R_\alpha \circ F$ となる. さらに φ が無理数回転と位相共役でないとき Denjoy 同相写像と呼ばれる (Denjoy 同相の詳細については例えば, 矢野公一著『力学系２』(岩波講座 現代数学の基礎)). Denjoy 系は Denjoy 同相写像の一意極小部分系として定義され, カントール系となる. このとき集合 $\{\omega \in S^1 \mid \#F^{-1}(\omega) \neq 1\}$ はたかだか可算個の点の R_α 軌道の和集合となる ([Poincare]). この軌道の本数のことを double orbit number, この集合のことを double point set と呼ぶ. Denjoy 同相写像の位相共役類は回転数と double point set の配置で決まる ([Markley]).

一般にカントール系にたいして位相共役な adic モデル (Bratteli diagram の無限パス空間上で定義された adding machine) が存在する ([R. H. Herman, I. F. Putnam, C. F. Skau]). しかし具体的に adic モデルが構成された例は多くない. またカントール系に関する次元群は強軌道同値の完全不変量となる. また Denjoy 系と加算器が一意エルゴード的カントール系の軌道同値類の完全代表系をなす ([T. Giordano, I. F. Putnam, C. F. Skau]). すでに double orbit number が有限である Denjoy 系の次元群は, 一部の例外を除き決定された ([I. Putnam, K. Schmidt, C. Skau]).

[3] では double orbit number が有限である Denjoy 系について, その adic モデルを具体的に構成した. この構成には回転数の連分数展開とそれに付随する Ostrowski 型展開という算術的手法を用いた. 構成した adic モデルを用いると, double orbit number が有限である Denjoy 系の次元群を完全に決定することができた.

[1] では adding machine と置き換えの列 $(\sigma_n)_{n=1,2,\ldots}$ を対応させた. この置き換え列の合成 $\sigma_1\sigma_2\ldots\sigma_n$ はある無限パスを始点とする adding machine による自然なコード列を近似する. 特に [3] で得られた Denjoy 系の adic モデルから得られる置き換え列は (double orbit number +1) 文字の無限列を生成する. これは円周上を (double orbit number+1) 個の弧に分割することによって得られるコード列となっている. 特に double orbit number が１のときこれは２文字の文字列となり, Sturm 列として知られている. すなわちこれらは Sturm 列の自然な一般化である. またこれによって生成されるサブシフトは元の Denjoy 系と位相共役となる.