研究概要

1. **代数曲面上の導来圏, 安定層とそのモジュライの構造論**

代数曲面上の安定層のモジュライは幾何学的不変式論により構成される. しかしその大域的構造を調べることは困難であり, 故に様々な手法が確立されてきた. その中の一つに導来圏上のフーリエ・向井変換がある. この研究の目的は, **導来圏の手法を用いて**, 古典的な対象である**層のモジュライ空間を研究する**ことにある.

2008 年度及び 2009 年度において, **Abel 曲面上の安定層に関する問題** (**1980 年の向井茂氏の予想**) に取り組んだ. この予想は, ある条件の下で, Picard 数 1 の Abel 曲面上の一般の安定層が半等質層による分解を持つことを主張する. ある条件とは安定層の位相不変量である Chern 類のみで記述される. 論文 7 において, 私は吉岡康太氏（神戸大）との共同研究のもと, **この予想を肯定的に解決した**. また Picard 数 1 の主偏極 Abel 曲面の場合, モジュライ空間とヒルベルト概形の双有理同値の明示化にも成功した. この明示化には 2 元 2 次形式が現れる.

また, 2011 年度において, **Abel 曲面ないし K3 曲面上の Bridgeland 安定性**を調べている. 特に神戸大の南出氏及び吉岡氏との共同研究で, プレプリント 1,2 を書いた. プレプリント 1 では, Abel 曲面及び K3 曲面について, 導来圏の安定性の構成と, Fourier 向井変換との関連, 更に 安定性の空間における wall-chamber 構造と, 安定な対象の数え上げに関する壁越えの解析を行った。プレプリント 2 では, Bridgeland 安定性に関して安定な対象の**モジュライ空間の射影性**について論じた.

2. **量子代数と** Macdonald **対称函数の関係の研究**

これは粟田英資, Boris Feigin, 金井政宏, 星野歩, 白石潤一氏らとの共同研究であり, 2008 年度以降に行っている.

Macdonald 対称函数は 2 つのパラメータを持つ対称函数であり, Schur, Hall-Littlewood, Jack 等の対称函数を含む重要な函数である. これは可換な差分作用素族の同時固有函数でもある. 論文 1 において, 我々は **Feigin-Odesskii 代数**と呼ばれる有理函数のなす可換代数でもって差分作用素族の自由場表示に成功した. また, この代数が **Ding-Iohara-Miki 代数**と呼ばれる量子群の可換な部分代数であることも分かった.

また Ding-Iohara-Miki 代数と変形 W 代数の関連について論文 2 で論じた. 特に, Ding-Iohara-Miki 代数の Fock 表現の r 階テンソル表現から変形 W 代数の自由場実現が得られることを示している.

また, 次項の **AGT 予想の K 理論類似と Ding-Iohara-Miki 代数との関連**について論文 5 で論じた. この論文では K 理論的 Nekrasov 分配函数が Ding-Iohara-Miki 代数の Fock 表現のテンソル表現のコンテキストで実現されることを予想し, 幾つかの確認を行った.

3. AGT **予想**

これは主に 2010 年度以降の研究内容である.

AGT 予想とは, **Nekrasov 分配函数**と呼ばれる射影曲面上の階数 2 の枠付き連接層のモジュライ空間 (以下**インスタントン・モジュライ**と呼ぶ) から定義される函数と, **Virasoro 代数**の conformal block が一致するという予想である. 前者は代数幾何, 後者は無限次元代数の表現論と関係する. この予想について以下の項目の研究を行った.

a. Whittaker ベクトルの Jack 対称函数による明示化について.
b. Zamolodchikov 型の漸化式ついて.
c. 5 次元版 (もしくは K 理論的)AGT 予想に関する研究. 特に Zamolodchikov 型の漸化式の確立.

項目 a について. AGT 予想の退化版においては, 表現論サイドで現れる対象は Whittaker ベクトルと呼ばれる Virasoro 代数の完備 Verma 加群の特別な元である. これを自由場表示と Calogero-Sutherland ハミルトニアンを用いて調べた. 結果, Jack 対称函数を用いて Whittaker ベクトルが明示化出来た. この結果は論文 4 にまとめてある.

また項目 b について, 退化版予想の証明の 1 つに Zamolodchikov 型の漸化式を用いるものがある. この漸化式の証明は, Nekrasov 分配函数については知られているが, Virasoro 代数においては曖昧であった. 後者の厳密な証明を論文 6 で与えた. **私の仕事により, ゲージ群が** SU(2) **で物質場がない場合の** AGT **予想の証明が完成した**ことになる.

最後に項目 c について. AGT 予想には K 理論類似もある. そこでは, K 理論的 Nekrasov 分配函数と変形 Virasoro 代数の Whittaker ベクトルのノルムとの対応が予想されるが, やはり Zamolodchikov 型の漸化式が成立することが期待される. K 理論的 Nekrasov 分配函数についてこの漸化式を証明し, 論文 3 を出版した.