

今後の研究計画

松本堯生

今や不変量が自明な可微分多様体の問題は4次元トポロジーの主要な古典的難問と言えます。とくに2次元滑らか結び目は補空間の基本群が整数群と同型なら解けるかという2次元滑らか結び目解け予想と4次元可微分ホモトピー球面は4次元球面に微分同相かという4次元可微分ポアンカレ予想が重要と考えられます。

私は10数年以上前者を研究しています。手法は鎌田聖一氏が開発した2次元ブレイド理論を用います。実際、2次元滑らか結び目は補空間の基本群が整数群と同型なら、2次元球面から4次元空間への特異点としてカスプの生滅のみを許す写像の1助変数族で自明な結び目とつながります。さらにこれを2次元ブレイドの1助変数族に変換します。そのためにはノードを含む場合に適用可能な拡張されたマルコフ型定理が必要ですが、鎌田氏が詳しい一般的な論文を準備中です。

2次元ブレイドが平面上の1次元チャート図形で表されることを用いると、その1助変数族は時間軸を付け加えて3次元空間内に表せます。すると適当な上部カスプを取り、自明な2次元ブレイドである一番下の端点近くまで位置を下げることができ、カスプの生滅の間に他の交点はなくなります。この状況をカスプの局所表示やブレイド群を使って解析すると、例えばこの部分の両端は自明なトーラスを連結和するとイソトピックな埋め込みとなることが分かり、帰納法によって元の結び目は自明なトーラスを連結和すると、自明なトーラス結び目となることが分かります。これがマルコフ型定理を仮定した最新の結果です。

さらに、もう少し頑張ると元の結び目はある結び目と連結和すると自明になり、そのような結び目は自明であることを示すという多角的な挑戦方法があり得ます。なお、もう一度2次元ブレイドの1変数族の解析に徹するのも意外と良い方法かもしれません。

いずれにしてもこれらの方法で大問題を解決するには鎌田氏との共同研究が必要で、もっとお会いして議論する機会を増やすのが有効であると考えます。