

研究計画

(1) (Morse 理論と GKM 理論)

GKM 多様体上の不変 Morse 函数の存在問題に関する研究を続ける.

ある表現 V が別の表現 W に同変的に埋め込まれているとする (埋め込みは線型でなくてもよい). このとき, W 上の不変函数の族 $\{\Phi_\lambda\}_{\lambda \in \Lambda}$ であって, 各制限 $\Phi_\lambda|_V$ が $\text{Cr}(\Phi_\lambda|_V) = \{0_V\}$ をみたすようなものが構成できるかどうかを調べる.

もしそのような不変函数の族が存在すれば, この族と研究成果で述べた結果を用いることで GKM 多様体上の不変 Morse 函数が構成できると思われる.

(2) (グラフ同変コホモロジーの自由性)

同変形式的 GKM 多様体 X に対しては, その同変コホモロジー $H_T^*(X)$ は多項式環 $H^*(BT)$ 上の自由になることが知られている. この事実の組み合わせ版として, GKM グラフ \mathcal{G} のグラフ同変コホモロジー $H_T^*(\mathcal{G})$ が多項式環上の自由加群になるかどうかを考えたい. Guillemin-Zara はこの問題をグラフ同変コホモロジーの導入時から考察しているが, 満足のいく解決は現時点では知られていない (ある Morse 理論的な仮定の下では自由になることが知られている).

この問題は剛性定理や以下の再構成問題との関わりにおいて重要である.

(3) (GKM グラフの再構成アルゴリズム)

研究成果で述べたように, GKM グラフに対してはグラフ同変コホモロジー剛性が成り立つ. そこで, この事実の精密化として, GKM グラフをグラフ同変コホモロジーから直接復元する再構成アルゴリズムを確立したい.

そのための最初のステップとして, 筆者が導入した 1-イデアルの概念の環論的な特徴付けることを試みる.