阿部翠空星

＜これまでの研究成果＞

［（１）有限体上の Alexander quandle の 4-cocycle について］曲面絡み目の不変量に Quandle shadow cocycle 不変量がある．これを計算するには具体的な quandle 4-cocycle が必要である．有限体上の Alexander quandle X に対して非自明な 4-cocycle を多項式で表示した．さらに，この quandle の $H^2_Q(X;\mathbb{Z}) \cong 0$ のときに $H^4_Q(X;\mathbb{Z})$ を決定した．この研究は野坂武史氏によりさらに発展があった．有限体上の Alexander quandle の場合 (より一般には regular quandle で十分である．) は普遍係数定理と hurewicz 準同型定理により $H^2_Q(X;\mathbb{Z}) \cong 0 \Rightarrow H^4_Q(X;\mathbb{Z}) \cong \pi_3(BX)$ が導かれた．これにより，曲面絡み目の quandle homotopy 不変量の生成元が決定された．

［（２）Willerton 予想］一般に，正規化した d 次の素な vassiliev 不変量 v_d に対して，結び目 K が n 交点図式をもつとき，$v_d(K)$ の値は n^d のオーダーでおさえられることが知られている．よって，集合 $\left\{ \left(\frac{v_2(K)}{n^2}, \frac{v_3(K)}{n^3} \right) \in \mathbb{R}^2 \middle| K \text{ は } n \text{ 交点図式をもつ} \right\}$ は有界である．いくつかの結び目に対して点をプロットすると fish-like graph が表れる．この図形がトーラス結び目に対してどのような形になるか求めた．さらに，この結び目に対して Willerton 予想を完全に解決した．

［（３）Quandle (shadow) cocycle 不変量から Vassiliev 不変量を導く］Quandle (shadow) cocycle 不変量と量子不変量は集合論的 Yang-Baxter 方程式以外の関係以外はよくわかっていなかった．結び目のアレクサンダーカンドルをもちいたある種の Quandle (shadow) cocycle 不変量から Vassiliev 不変量を導出する展開公式を発見した．環準同型写像

$$\mathbb{Z}[\mathbb{F}_q] \cong \mathbb{Z}[t]/(t^p - 1, g(t)) \to \mathbb{Z}/p\mathbb{Z}[[\hbar]]$$

のパラメータ t と ω に 1 の冪根を代入できるときに，展開した d 次の係数は d 次の Vassiliev 不変量である．ここで重要なのは Vassiliev 不変量の終集合は $Z/p\mathbb{Z}$ であることである．

［（４）種数 2 の handlebody-2-tangle の量子 $U_q(\mathfrak{g})$ 不変量の定義] 申請者が既に定義した空間グラフの量子 $U_q(\mathfrak{g})$ 不変量をもちいて種数 2 の handlebody-2-tangle の強力な新しい量子 $U_q(\mathfrak{g})$ 不変量を定義した．この不変量には以下の利点がある．従来の量子 $U_q(\mathfrak{sl}_2)$ 不変量では区別できなかった補空間が同相である閉包が種数 2 のハンドル体結び目である種数 2 の handlebody-2-tangle が区別できる．摂動的 $\mathfrak{g}$ 不変量が定義出来て比較的簡単に摂動的 $\mathfrak{sl}_2$ 不変量が計算できる．表現論やプリオングラフへの応用がある．