

今後の研究計画

河村建吾 (Kengo Kawamura)

(1) 有向ローズマン変形の極小生成集合の決定

4次元空間内の曲面結び目を3次元空間へ射影した像に上下の情報を付加した図式を曲面ダイアグラムという。二つの曲面ダイアグラムが7種類のローズマン変形の有限列で移り合うとき、かつそのときに限り、それらは同値な曲面結び目を表すことが知られている。したがって、曲面ダイアグラムから有向曲面結び目の不変量を構成するときは、7種類のローズマン変形に関して不変であることを示せばよい。しかし、7種類のローズマン変形は曲面の上下の情報や曲面の向きによって50個の変形に細分化されるため、これらをすべて調べ上げることは容易ではない。そこで、この50個の変形を生成するような有向ローズマン変形の集まりを発見できれば、不変性を確認する作業を単純化できる。このような集まりを有向ローズマン変形の生成集合という。本研究では、生成集合に含まれる変形の個数の下限を決定し、極小の生成集合の発見を試みる。

(2) 曲面結び目の拡大アレクサンダー不変量の開発

最近、石井敦氏（筑波大学）と大城佳奈子氏（上智大学）が有向結び目の新たな不変量を開発した。これは拡大アレクサンダー不変量と呼ばれ、ねじれアレクサンダー不変量やカンドルコサイクル不変量の情報を含んでいる。本研究では、彼らとの共同で有向曲面結び目の拡大アレクサンダー不変量の開発を行う。有向結び目の拡大アレクサンダー不変量はダイアグラムから行列を構成するプロセスを経て計算される。現状では、曲面ダイアグラムから同様の構成によって得られた行列が、ローズマン変形でどのように変化するかを細かく分析している最中である。今後は、ローズマン変形で行列が変化する場合に、その変化を打ち消すような数量を定めることで、有向曲面結び目の拡大アレクサンダー不変量の開発に繋げていきたい。曲面ダイアグラムとその変形は複雑なので、必要に応じて、曲面結び目の形状を球面に限定したり、曲面ダイアグラムを分岐点を持たないものに限定する。

(3) 特異曲面結び目のカンドルコサイクル不変量の応用

カンドルとは、有向結び目のダイアグラムに関する有向ライデマイスター変形を公理化した代数系であり、(有向結び目と)有向曲面結び目の不変量を構成することができる。代表的な有向曲面結び目の不変量は、カンドル(コ)ホモロジー群の3コサイクルを用いたカンドルコサイクル不変量であり、これは有向曲面結び目の非可逆性の判定や最小三重点数の評価などに応用されている。一方、このカンドルコサイクル不変量は特異曲面結び目の不変量にならないことが知られている。(特異曲面結び目とは、横断的な2重点を許容する曲面結び目のことを意味する。)最近の私の研究により、カンドルコサイクル不変量が特異曲面結び目の不変量となるように、カンドル(コ)ホモロジー群を修正することに成功している。そこで本研究では、コンピュータを用いて修正版3コサイクルの具体例を求め、それを有向特異曲面結び目の非可逆性の判定や最小三重点数の評価に応用する。