これまでの研究成果のまとめ

河村 建吾 (Kengo Kawamura)

(1) 曲面絡み目のダイアグラムとローズマン変形

曲面絡み目とは，$\mathbb{R}^4$ 内に埋め込まれた閉曲面のことである．曲面絡み目の $\mathbb{R}^3$ への射影像（に上下の情報を加えた図式）をダイアグラムという．2 つの曲面絡み目が同値であるための必要十分条件は，それらのダイアグラムがローズマン変形と呼ばれる 7 種類の局所変形で移り合うことだと知られている．私は曲面絡み目のダイアグラムの幾何的な情報に注目することで，7 種類のローズマン変形の "局所変形としての" 独立性の問題を完全に解決した．さらに田中心氏と大城佳奈子氏との共同研究では，四面体変形と呼ばれるローズマン変形の "大域変形としての" 独立性についての結果も得ることができた．

(2) 有向ローズマン変形の生成集合について

ローズマン変形とは，3 次元空間内の曲面絡み目ダイアグラムに対する 7 種類の局所変形であり，これは 4 次元空間内の曲面絡み目に対する全同位を生成する．ローズマン変形は，2 次元平面内の絡み目ダイアグラムに対する 3 種類のライデマイスター変形の一般化であり，ライデマイスター変形は 3 次元空間内の絡み目に対する全同位を生成する．有向ライデマイスター変形は全部で 16 個に区別されることが知られており，Polyak によって，すべての有向ライデマイスター変形が，4 個もしくは 5 個の変形を含む集合で生成されることを示された．私は，有向ローズマン変形が全部で 50 個に区別されることを確認し，すべての有向ローズマン変形が，10 個の変形を含む集合で生成されることを証明した．

(3) はめ込み曲面絡み目のカンドルコサイクル不変量

はめ込み曲面絡み目とは，$\mathbb{R}^4$ 内にはめ込まれた閉曲面のことである．(通常の曲面絡み目は，埋め込み曲面絡み目と呼んで区別することにする．) 埋め込み曲面絡み目のダイアグラムに対して，通常のカンドルホモロジーの 3 コサイクルに付随する状態和を計算できる．この状態和は埋め込み曲面絡み目の不変量（カンドルコサイクル不変量という）となっている．私は，はめ込み曲面絡み目についてのカンドルコサイクル不変量を導入するために，新たなカンドルホモロジーを構成した．はめ込み曲面絡み目のダイアグラムに対して，通常のカンドル 3 コサイクルに付随する状態和は，はめ込み曲面絡み目の不変量とはならないが，新しく導入したカンドル 3 コサイクルを用いればはめ込み曲面絡み目の不変量となる．

(4) はめ込み曲面結び目の 3 重点数について

はめ込み曲面結び目 F の 3 重点数とは，F と同値なすべてのはめ込み曲面結び目のダイアグラムについて，それらの 3 重点の個数の最小値のことである．佐藤進氏は 3 重点数が 1,2 または 3 となる埋め込み球面結び目が存在しないことを証明した．私は，自己交差点を 1 個持つはめ込み球面結び目についても，同様な結果が成り立つことを証明した．

(5) Bicolored diagram によるアーフ不変量の単純な計算方法

結び目理論におけるアーフ不変量とは，結び目もしくはプロパー絡み目に対して定まるコボルディズム不変量のことである．アーフ不変量を計算する方法はいくつか知られている．例えば，$\mathbb{Z}_2$-ザイフェルト形式や多項式不変量，局所変形，4 次元トポロジーの技術などを使う．私は，領域交差交換と呼ばれる局所変形と等価な概念である bicolored diagram を導入し，これを用いてアーフ不変量の計算方法を新たに開発した．