今後の研究計画

余等質 1 の南部後藤ストリングの可積分性に関するもの

　時空内の点粒子の運動は測地線で表される。測地線方程式は時空の計量をハミルトニアンとした力学系と等価であり、互いに可換な十分な数の保存量が存在すれば可積分となる。時空に対称性がある場合、対称性に応じたキリングベクトル場が存在し、そのキリングベクトルから構成される保存量の数が十分であれば、その時空内の測地線は可積分となる。一方、カー時空のように対称性が低くキリングベクトルの数は十分でなくとも、測地線が可積分となることがある。このような時空は「隠れた対称性」があると称され、キリングテンソルの存在が新しい保存量の存在を保証し、測地線方程式を可積分にしていることが知られている。

　このような点粒子(0次元の物体)の運動と結びついた「隠れた対称性」と同様に、ストリング(1次元の物体)の運動と結びついた「隠れた対称性」が存在するのではないかという観点から、ストリングの可積分性と結びついた時空の隠れた対称性について考える。

　測地線方程式を自然に一般化し、ストリングの運動の軌跡である世界面の面積を作用としたものが南部後藤ストリングである。しかし、一般の南部後藤ストリングがすべて可積分であるという要求は時空に強すぎる制限を課すため、そうした時空の例は多くない。そこで、本研究では余等質 1 の南部後藤ストリング（世界面の 1 方向にのみキリングベクトル場が沿うようなストリング）に着目し、そのすべてが可積分となる時空はどのようなものであるかについて考える。最大対称時空はすべての余等質 1 ストリングが可積分であるが、準最大対称時空ではそうでないものが存在する。全ての余等質 1 ストリングが可積分となるか否かの境界がどこにあるのか、その条件を探る。

ループ量子重力と複雑性に関するもの

　ループ量子重力は非摂動的で背景時空に依存しない一般相対論の量子化の試みのひとつである。ループ重力では、スピンネットワーク状態が状態空間の正規直交基底を張っている。スピンネットワーク状態はスピンネットワークでラベルされた状態で、スピンネットワークとは各辺に「スピン」と呼ばれる半整数が乗ったグラフであり、各頂点に集まる辺のスピンの間には簡単な関係式による制約がある。ループ重力では、幾何学的な演算子（面積演算子や体積演算子）が構成され、スピンネットワーク状態がその固有ベクトルになっていて、固有値（すなわち面積や体積）は離散的な値を取る。

　ループ重力における体積演算子の性質を情報的な観点から見ると、次のようなことが示唆される: 情報処理を行うためには必要最小限の体積が存在する、あるいは空間の領域中に含まれる論理ゲートの個数は体積によって制限される。これはあたかも、近年、量子情報の文脈において言われる「複雑性は体積」だというコンジェクチャーと同じことを言っているように見える。

　このように、ループ重力もしくはスピンネットワーク状態を土台とした量子情報や量子計算について論じ、特にその複雑性について議論したい。