

今後の研究計画

大田武志

2009年のAlday-Gaiotto-Tachikawaの仕事により、2次元共形場理論と4次元 $\mathcal{N} = 2$ 超対称ゲージ理論の間の対応が、新たな注目を集めています。2次元理論の相関関数(共形ブロック)は、ゲージ理論のインスタントン分配関数と同一視できることが示されたのです。

この「2次元/4次元対応」は、いろいろな一般化がなされてきました。その一つとして、「 q -変形」された2次元共形場理論と、4次元から5次元へ「 q -もちあげ」された超対称ゲージ理論の間の対応が提唱されています。 q 変形された2次元の理論は、 q -Virasoro代数や q -W代数などの対称性を持ち、もともとの理論の持っていた対称性が q -変形されています。一方、 q -もちあげされた5次元ゲージ理論では、第5次元方向が S^1 にコンパクト化されていて、コンパクト化の半径が $\log q$ に比例しています。

われわれは、2次元側での q のベキ根極限を調べ、 q -Virasoro代数や、 q -W代数から、パラフェルミオン代数が得られることを示しました。引き続き、この極限を詳しく研究し、「2次元/4次元対応」のさまざまな性質を解明することを目指します。とくに、 A 型以外のALE空間上のゲージ理論やクイバー型のゲージ理論の場合に、どのように拡張がなされるかということも、とりあげてみたい研究テーマのひとつです。クイバー型ゲージ理論に付随した「ヤングアン代数」というものが提唱されています。Schur-Weyl対応において、ヤングアン代数はヘッケ代数と関連しているので、こういった方向への拡張をこころみることは、ゲージ理論/共形場理論/行列模型対応についての理解をより深めてくれるでしょう。

また、 q -Virasoro代数や q -W代数は、Ding-Iohara-Miki代数とよばれるあるHopf代数で、ある特別な構造関数を持つものに関係していることが知られています。この代数はさらなるパラメータ p を導入して、構造関数を変更することにより楕円型のDing-Iohara-Miki代数と呼ばれるものに拡張できます。この楕円Ding-Iohara-Miki代数と関連する「楕円Virasoro代数」や「楕円W代数」の対称性をもつ相関関数やそれに対応した行列模型は、6次元 $\mathcal{N} = (2, 0)$ 超共形場理論の分配関数と関連すると予想するのは自然だと思われます。これらの対応を詳しく調べることを目指します。さらにその対応が成り立つとすると、楕円代数のパラメータのベキ根極限を考え、対応する5次元や4次元理論がどのようなものか明らかにすることも試みます。

最近、 $N_f = 2$ の超対称 $SU(2)$ ゲージ理論と密接に関連する行列模型と、パンルヴェ系の関係を研究しました。調べた行列模型は、Gross-Witten-Wadia模型を対数ポテンシャルを加えて拡張したユニタリー行列模型です。パンルヴェ系の観点から、ゲージ理論/行列模型対応の考察を、より一般の場合へと拡張することも試みていきます。たとえば、一つの候補として、これらの行列模型の q 変形が考えられるでしょう。この q 変形した模型は5次元ゲージ理論や6次元理論と関連すると期待されるので、その性質を解析することは興味深い研究テーマとなるでしょう。