これまでの研究成果

私の専門は微分幾何学です．最近の研究キーワードは特殊ラグランジュ部分多様体と平均曲率流です．特殊ラグランジュ部分多様体と平均曲率流はミラー対称性において重要な対象の一つです．特殊ラグランジュ部分多様体はCalabi–Yau 多様体の中の極小なラグランジュ部分多様体で，局所的には非線形偏微分方程式の解として定義されるため, 大域的な具体例を構成することは難しい問題です．2011 年の時点で知られていた具体例は，Harvey-Lawson とJoyce によるもので，両者共に複素平面 $\mathbb{C}^m$ 内で構成されたものでした．それらの構成方法の特徴だけを抽出し，論文 [Y, Special Lagrangians.., New York J. Math. 2016] においてトーリック佐々木多様体の錐の中に特殊ラグランジュ部分多様体の具体例を構成しました．

ラグランジュ平均曲率流に沿ってラグランジュ部分多様体の体積は最も効率良く減少していきます．従って (時間無限大まで解が存在し，曲率が爆発しなければ) 時間極限として特殊ラグランジュ部分多様体が得られます．ラグランジュ平均曲率流に関してはLee-Wang の $\mathbb{C}^m$ 内での例が知られていました．その具体例を論文 [Y, Weighted Hamiltonian.., Tohoku Math. J. 2016] においてトーリック概カラビヤウ多様体の中に拡張しました．このラグランジュ平均曲率流の具体例は途中で特異点を有限回形成し，さらに特異点を形成する前後でラグランジュ部分多様体のトポロジーが変わるという現象を捉えています．

この例が示す通り，ラグランジュ平均曲率流は一般には途中で特異点を形成します．平均曲率流の特異点形成に関して，外の空間が $\mathbb{R}^m$ の場合には Huisken による先行結果があります．その結果を二木昭人氏と服部広大氏との共著論文 [FHY, Self-similar solutions.., Osaka J. Math. 2014] において，リーマン錐多様体に対して拡張しました．その主結果は「平均曲率流が I 型特異点を形成する場合，その特異点の近傍を拡大すると，自己縮小解が得られる」というものです．論文 [Y, Ricci-mean curvature.., Asian J. Math. to appear] において，この結果をさらに (縮小勾配リッチソリトンから生成される) リッチフローと平均曲率流の混合方程式に対して拡張しました．

$\mathbb{R}^m$ 内の自己相似解に対しては多くの先行研究が存在します．それらの先行研究が上記の論文で導入された拡張された意味での自己相似解に対しても同様に成立するかを調べることができます．論文 [Y, Lagrangian self-similar.., J. Geom. 2017] では，Futaki-Li-Li による $\mathbb{R}^m$ 内の自己相似解に対する直径の評価は，ラグランジュ部分多様体という仮定の下で，縮小勾配リッチソリトン内に対して拡張された意味での自己相似解に対しても同様に成立するということを証明しました．この論文では，さらに Cao-Li の結果の拡張も行っています．

論文 [Y, Examples of Ricci-mean.., J. Geom. Anal. 2018] ではリッチフローと平均曲率流の混合方程式の具体例を構成しました．この混合方程式をリッチ平均曲率流と呼びます．外の空間は Cao 及び小磯によって構成された射影空間上の $\mathbb{P}^1$ 束上のケーラーリッチソリトンでです．この中に自然に埋め込まれているレンズ空間のリッチ平均曲率流の下での挙動を調べ，半径がある値より大きなレンズ空間は ∞-切断の像へ，半径がある値より小さなレンズ空間は 0-切断の像へ崩壊することが分かりました．これによって抽象論だけで推し進めていたリッチ平均曲率流の研究に初めて非自明な具体例が与えられました．さらに，リッチ平均曲率流の一般的な性質を小池直之氏と共に研究し，論文 [KY, Gauss maps of.., Geom. Dedicata. 2018] で，M.-T. Wang (2003) の結果をリッチ平均曲率流に対して拡張しました．Wang の結果はユークリッド空間内の平均曲率流のガウス写像は調和写像熱流になるというものですが，これはリッチ平均曲率流に対しても正しいということを証明しました．

論文 [Y, Special Lagrangian.., Math. Z. 2018] はこれまでとは別の文脈の研究です．Leung–Yau–Zaslow (2000) が非常に簡単な状況下では Calabi–Yau 多様体 X の中の特殊ラグランジュ部分多様体は，そのミラー W 上の変形エルミート・ヤン・ミルズ接続に移り変わるということを証明しました．この論文では LYZ の状況設定をトロピカル多様体に拡張しました．

論文 [TY, Solutions with time-dependent.., J. Differential Equations. 2019] は高橋仁氏との共同研究で，偏微分方程式の研究です．吸収項付きの熱方程式の特異解の存在問題や，解の形状の研究を行いました．関数が定義されているドメインはユークリッド空間から部分多様体を除いた部分で，その部分多様体が 1 パラメーターで動いているという状況を扱いました．

論文 [HY, An ε-regularity theorem.., arXix] は清華大学の Xiaoli Han 氏との共同研究で，研究対象は線束平均曲率流です．線束平均曲率流は変形エルミート・ヤン・ミルズ計量を構成するために Jacob と Yau によって導入された発展方程式です．長時間解が存在し収束すれば変形エルミート・ヤン・ミルズ計量が得られます．しかし，この方程式は有限時間で爆発する可能性があります．この論文では線束平均曲率流の ε-正則性定理を証明しました．ある種のガウス密度が $1+\epsilon$ より小さければ解の 3 階微分までが評価できるいう結果です．