# 研 究 成 果

安本　真士

可積分系理論に立脚した曲面の離散化に取り組んでおり、線形 Weingarten 曲面の離散化に取り組んで参りました。得られた主な結果は以下の通りです (引用は “List of Papers” より)。

## 1. 3 次元ユークリッド空間内の半離散極小曲面の研究 ([1])

Wayne Rossman 氏との共同研究において、Müller-Wallner によって定義された半離散双等温曲面の特別なクラスである半離散極小曲面に対して Weierstrass 型の表現公式を導出し、例を新たに構成しました。応用として、懸垂面を様々な方法で離散化し、共通する性質、異なる性質の解析を行いました。特に、Müller-Wallner の半離散懸垂面のうち一方は Bobenko-Pinkall の離散懸垂面の生成曲線と一致し、他方はなめらかな懸垂面の生成曲線と一致することを示しました。この結果により、一般の半離散曲面のうち一方は離散曲面と類似の性質を持ち、他方は滑らかな曲面と類似の性質を持つことが予想されます。

## 2. 3 次元ミンコフスキー空間内の離散・半離散極大曲面の構成 ([2]、[9]、[11])

3 次元ミンコフスキー空間内の双等温曲面の中でも特に、平均曲率が恒等的に 0 となる極大曲面と呼ばれるクラスの離散・半離散的対象の理論を新たに導出しました。申請者はまず、離散・半離散極大曲面に対する Weierstrass 型の表現公式を導出し、さらに離散化された極大曲面に現れる特異点の解析を行いました。離散化された曲面に現れる特異点を明示的に定義したうえで精密な解析が行われたのはこれらが初めてであり、今後さらにクラスを拡張できると期待されます。

さらに、Wai Yeung Lam 氏との共同研究において、3 次元ミンコフスキー空間内の三価グラフの極大曲面の理論を新たに構築しました。三価グラフの極大曲面は、前述の離散極大曲面と同様に、Weierstrass 型の表現公式によって構成することができますが、この場合はさらにその 1 パラメータ族まで取り扱うことができます。三価グラフの極大曲面とその 1 パラメータ族に現れる特異点の特徴付けを行いました。これは座標系に依らない離散曲面論を構築するための第一歩です。

## 3. 3 次元双曲空間、ド・ジッター空間内の離散・半離散線形ワインガルテン曲面の解析 ([5]、[10])

Rossman 氏との共同研究において、3 次元双曲空間内の離散化された Bryant 型線形 Weingarten 曲面 (BrLW 曲面) と呼ばれる、平坦曲面、平均曲率一定 1 曲面を含む広いクラスに現れる特異点の解析を行いました。さらに、3 次元ド・ジッター空間内の離散化された Bianchi 型線形 Weingarten 曲面 (BiLW 曲面) と呼ばれるクラスになることに注目し、BiLW 曲面に現れる特異点の解析を行いました。特に、適切な条件のもと、3 次元ド・ジッター空間内の離散平均曲率一定 1 曲面に特異点が現れるための必要十分条件が 3 次元ミンコフスキー空間内の離散極大曲面に特異点が現れるための必要十分条件と一致することを示しました。

## 4. 3 次元リーマン空間形内の離散平均曲率一定曲面の構成法の導出 ([8])

行列分解を応用した 3 次元ユークリッド空間内の離散平均曲率一定曲面の構成法 (離散 DPW 法) が Hoffmann によって導出されましたが、証明に非自明なギャップが多く存在しており、任意の離散平均曲率一定曲面が離散 DPW 法によって構成されるかは明らかではありませんでした。申請者は緒方勇太氏との共同研究において、これらのギャップを完全に埋めたうえで、特別な場合を除いた任意のリーマン定曲率空間内の離散平均曲率一定曲面にまで構成法を拡張しました。応用として、離散 sinh-Gordon 方程式の幾何学的解法を与え、平行曲面の一つである離散ガウス曲率正一定曲面に現れる特異点の解析を行いました。これは有名な可積分方程式である、sinh-Gordon 方程式の離散版の解の振る舞いとも深く関係があります。

この他、3 次元ユークリッド空間及びミンコフスキー空間内の半離散回転面の分類 ([4]、[6])、3 次元ミンコフスキー空間、3 次元 AdS 空間内のある種の (連続的な) 時間的平均曲率一定曲面に対する Weierstrass 型の表現公式の導出、現れる特異点の解析及びその離散化の理論を新たに提唱しました ([7])。さらに、離散曲面の最新の研究についての教科書 [13] を執筆しました。