最近の研究成果

金信 泰造

2021 年 3 月 20 日

1 古典的結び目の局所変形

交差交換，H(2) 移動，整合的バンド手術といった古典的結び目，絡み目の局所変形に関する研究を行なった．このような局所変形から，それぞれ結び目，絡み目の間の距離を定義することができる．例えば，２つの向きの付いた絡み目の間の整合的バンド距離とは，一方を他方に変形するのに必要となる整合的バンド手術の最小回数のことである．この値は DNA のトポロジーと関係する．すなわち，DNA に作用する酵素は，交点を平滑化することで DNA に現れる結び目をほどくが，結び目の局所変形の距離の決定により，DNA 酵素の作用の解析が可能となる場合がある．

行列式，多項式不変量の特殊値といった不変量を用いて，これらの局所変形に関するいくつかの評価基準を与えた．それにより，いくつかの結び目，絡み目の組みの局所変形距離を決定することが可能となった．特に，７交点までの結び目，絡み目の間の H(2) 距離，整合的バンド手術距離の表を作成した．

2 2 次元リボン結び目の数え上げと分類

2 次元リボン結び目は 4 次元空間内の球面で，リボン特異点集合のみをもつ 3 次元球面のはめ込みである 3 次元リボン球体の境界となっている．リボン特異点の最小個数を 2 次元リボン結び目のリボン交点数という．2 次元リボン結び目は，ある数 r に対して，自明な $r+1$ 成分の絡み目を r 本の 1 次元ハンドルをつないで構成される 2 次元結び目で，この r を 2 次元リボン結び目のフュージョン数という．また，2 次元リボン結び目は仮想弧により表示されるが，n 交点の仮想弧表示をもてばリボン交点数は高々n である．

とくにフュージョン数 1 の 2 次元リボン結び目を分類するために，ねじれ Alexander 多項式を利用し，その性質を調べた．また，4 交点以下の仮想弧で表示された 2 次元リボン結び目の数え上げ，分類した．分類は 2 重分岐被覆空間，Alexander 多項式，結び目群の $\mathrm{SL}(2,\mathbb{F})$($\mathbb{F}$ は有限体) 表現，ねじれ Alexander 多項式を利用した．さらに，リボン交点数が 4 以下の 2 次元リボン結び目を分類した．これらはフュージョン数が１，または，それらの合成である．一方，フュージョン数が１の小さいリボン交点数の 2 次元リボン結び目を分類し，そのねじれ Alexander 多項式やフュージョン数 1 の表示の性質を調べた．