今後の研究計画

森本真弘

1. コンパクト対称空間内の弱鏡映部分多様体

井川治氏，酒井高司氏，田崎博之氏らにより導入された**弱鏡映部分多様体**は，有限次元リーマン多様体の極小部分多様体であって特殊な対称性をもつ興味深い研究対象である．いくつかの例がリー群等長作用の軌道として与えられているが，まだ解明されていないことも多い．私の研究によって，コンパクト対称空間の弱鏡映部分多様体からヒルベルト空間の弱鏡映 PF 部分多様体が得られることが示された (論文リスト [2])．得られる弱鏡映 PF 部分多様体は無限次元であるが，ヒルベルト空間の線形性から等長変換群の扱いが容易になると期待できる．得られる弱鏡映 PF 部分多様体を通して，もとの弱鏡映部分多様体の構造を明らかにすることを目的に研究を行う．東京都立大・酒井高司教授と協力して研究を進める予定である．

2. Hermann 作用から誘導される $P(G,H)$ 作用の軌道の幾何学（執筆中論文 [1]）

Hermann 作用はコンパクト対称空間への超極作用の例として重要な位置を占める．また，誘導される $P(G,H)$ 作用（ヒルベルト空間へのある種の path 群作用）は，後述する (affine) Kac-Moody 対称空間のイソトロピーの役割を担うという点でも重要である．本研究では，Hermann 作用の軌道の幾何学的性質を定式化した上で，$P(G,H)$ 作用の軌道の幾何学的性質を研究する．特に，$P(G,H)$ 軌道の主曲率を計算し，オースティア PF 部分多様体となる軌道を決定する．更に，ユークリッド空間内のオースティア部分多様体に関する先行研究を，ヒルベルト空間の PF 部分多様体に対し拡張し，上で得られたオースティアな $P(G,H)$ 軌道の例に適応することで，もとの Hermann 作用の軌道の研究に還元することを目標とする．

3. affine Kac-Moody 対称空間のイソトロピー表現の極小軌道

Terng により提案され，Heintze，Popescu，Freyn らにより確立された **(affine) Kac-Moody 対称空間**は，Kac-Moody 理論に基づく無限次元対称空間であり，有限次元リーマン対称空間と顕著な類似性を持つ．特にそのイソトロピー表現が上 2. で述べた超極 $P(G,H)$ 作用として表すことができる．有限次元コンパクト対称空間において，そのイソトロピー表現の軌道類の中に，極小軌道がただ一つ存在することが知られている (Hirohashi-Tasaki-Song-Takagi 2000)．私は，同様の事実が Kac-Moody 対称空間においても成立すると予想する．この予想を検証し，証明することを第一目標とする．更に，極小軌道がもつ対称性を決定し，有限次元の場合の先行研究（Ikawa-Sakai-Tasaki 2009）との比較を行い，類似性・相違性を明らかにする．

4. ソリトン理論の Kac-Moody 群による再定式化

柏原正樹氏，神保道夫氏，伊達悦朗氏，三輪哲二氏らの研究により，ソリトン方程式の解空間の対称性を (affine) Kac-Moody 代数により記述することができる．一方で，Terng, Uhlenbeck らの研究により，可積分系方程式の解空間の変換をループ群作用により記述できる．これら 2 つの研究は，独立に行われることが多く，その相互関係は未だ明らかでない．**(affine) Kac-Moody 群**とは，Kac-Moody 代数に対応する群であり，近年の Kac-Moody 対称空間に関する研究の発展に伴い，その実態が明らかとなってきた．Kac-Moody 群は，テイム・フレシェ多様体 (Hamilton 1982) の枠組みにおいて，捩れループ群上のトーラス T^2 束として実現可能であり，定義から両先行研究と相性が良いと考えられる．本研究では，上記 2 つのソリトン理論を Kac-Moody 群を通して統一的に理解することを目的とする．