これまででの研究成果

岡崎真也

3 次元球面 S^3 に埋め込まれた種数 2 のハンドル体を種数 2 のハンドル体結び目と呼び、H で表す。ふたつのハンドル体結び目が同値であるとは一方が他方に S^3 のアイソトピーでうつることをいう。H をメリディアンディスクで切りひらき S^3 内の結ばれたソリッドトーラスを得たとする。それを結び目とみなし、H の内在的結び目という。内在的結び目はメリディアンディスクの選び方に依存する。ハンドル体結び目のメリディアンディスクは無限に存在するので、ハンドル体結び目の内在的結び目も無限に存在する。このとき以下の結果が得られた。

K を S^3 内の結び目とする。K の中西指数 $m(K)$ を K の全てのアレクサンダー正方行列の最小のサイズとする。$\Delta_K(t)$ を K のアレクサンダー多項式とする。

定理 1 [O.]
K が 4_1 の内在的結び目であるとき $m(K) \leq 1$ または $\Delta_K(t)$ は既約。

ここで、4_1 は石井-岸本-森内-鈴木による 6 交点までの種数 2 のハンドル体結び目の表で与えられるものである。定理 1 より結び目 9_{35} がハンドル体結び目 4_1 の内在的結び目ではないことが示せる。

$Conj(G_1, G_2)$ を群 G_1 から群 G_2 への準同型の共役類全体の集合とする。$G(K)$ を K の結び目群とする。

定理 2 [O.]
K が $CK(4_1)$ の内在的結び目であるとき $\#Conj(G(K), SL(2, \mathbb{Z}_3)) \leq 11$ または $\Delta_K(t)$ は既約。

定理 2 より結び目 10_{115} がハンドル体結び目 4_1 の内在的結び目ではないことが示せる。

H をメリディアンディスクで切りひらき S^3 内の 2 成分の絡まったソリッドトーラスを得たとする。それを絡み目とみなし、H の内在的絡み目という。このとき以下の結果が得られた。

定理 3 [O.]
L を $\{0^2_1, 7^2_2, 9^2_6, 9^2_{23}, 9^2_{39}, 9^2_{54}\}$ に属していない交点数が 9 以下の絡み目とする。このとき L は 4_1 の内在的絡み目ではない。

ここで 0^2_1 は自明な絡み目であり、$7^2_2, 9^2_6, 9^2_{23}, 9^2_{39}, 9^2_{54}$ は Rolfsen により与えられた絡み目の表記である。