これまでの研究成果のまとめ

大田武志

最近は、超対称性ゲージ理論と対応する行列模型の性質を研究して、以下のような成果を得た。

1. (W)AGT 予想は、4 次元の $\mathcal{N}=2$ 超対称ゲージ理論の分配関数と、Virasoro 対称性や W 対称性をもつ 2 次元理論のコンフォーマルブロックとの間に対応があるという予想である。これまでに、いろいろな場合に確認がなされている。この (W)AGT 予想の「q-変形」版があり、5 次元に「q-もちあげ」したゲージ理論の分配関数と、q-変形した Virasoro/W 対称性の「コンフォーマルブロック」との間に対応がなりたつことを主張している。この q-変形版の (W)AGT 予想から出発して、q を r 次のべき根にもっていく極限をうまくとると、4 次元の A 型の ALE 空間上の超対称ゲージ理論の分配関数と、2 次元超対称 Virasoro 対称性やそれを一般化した対称性を持つ共形場理論のコンフォーマルブロックとの間の対応が自然に、統一的に理解できることを論証した ([32])。また, q-変形 Virasoro 代数や, q-W 代数において, パラメータ q を 1 のベキ根にする極限を考えることによって、パラフェルミオン代数が現れることを示した。(Publication List の論文 [34])。

2. q-AGT 予想に基づき、$SU(2)$ ゲージ理論の 5 次元版 Nekrasov 分配関数の形から、q-変形したコンフォーマルブロックを与える頂点演算子を決定した。その頂点演算子と遮蔽演算子を用いて、q-変形されたブロックのクーロンガス表示を得た。すこし, 頂点演算子の挿入位置をずらすことによって、この q-ブロックが Nekrasov 関数と一致することをインスタントン展開の低い次数において確認した ([35])。

3. 超対称 Cherrn-Simons-matter 行列模型において、レゾルベントの従う Schwinger-Dyson 方程式系を考察した。Planar 極限において、それらのループ方程式が、レゾルベントに対する 2 つの独立な 3 次代数方程式になることを示した ([36])。

4. レベル 1 の楕円代数 $U_{q,p}(\widehat{\mathfrak{g}})$ が、2 次元場の理論と 5 次元超対称ゲージ理論の対応において、ダイナミカルな対称性として、重要な役割を果たすことを議論した。楕円版の Frenkel-Kac 構成で、$U_{q,p}(\widehat{\mathfrak{sl}}(2))$ 代数のレベル 1 の加群を構成することができる。変形パラメータ p のある 1 のベキ根極限において、パラフェルミオン系と自由ボソンが現れる。そして、2d/5d 対応は、パラ Viraosoro 対称性をもつ 2 次元のコセット CFT と $\mathbb{R}^4/\mathbb{Z}_r$ 空間上の 4 次元 $\mathcal{N}=2$ $SU(2)$ ゲージ理論の間の対応に帰着する ([37])。

5. Gross-Witten-Wadia 模型に対数ポテンシャルを加えて一般化したユニタリー行列模型が、$\mathcal{N}=2$ $SU(2)$ 超対称ゲージ理論で物質場の数が 2 の場合と密接に関連することを議論した。行列模型のスペクトル曲線とゲージ理論の Seiberg-Witten 曲線が同型であることを示した。行列模型の分配関数が Painlevé III 方程式のタウ関数であることを直交多項式の方法を用いて示した。この模型の二重スケーリング極限が、ゲージ理論側では Argyres-Douglas 超共形固定点への極限に対応することを明らかにした ([38,39])。

6. 上記のゲージ理論/行列模型対応をより一般の場合に拡張した ([41])。それは、あるユニタリー行列模型と、$\hat{A}_{2k,2k}$ 理論とよばれる 4 次元 $\mathcal{N}=2$ ゲージ理論との対応である。われわれは、k 次多重臨界点でのユニタリー行列模型が、$\hat{A}_{2k,2k}$ 理論の (A_1, A_{4k-1}) Argyres-Douglas 固定点と対応することを示した。