これまでの研究内容のまとめ (作成者 : 齋藤 洋介)

筆者は, 共形場理論や量子多体系に関する数学について研究している. 共形場理論とは, Virasoro 代数と呼ばれる代数の対称性を備えた 2 次元の場の量子論のことで, 超弦理論の定式化に使われたり, 統計力学の問題に応用されたりしている. 筆者が特に興味を持っているのは, 楕円 Calogero-Moser 系や楕円 Ruijsenaars 系と呼ばれる量子多体系である. 一般に, Calogero-Moser 系とは, ある多体 Schrödinger 方程式によって記述される量子系で, そのポテンシャル関数の関数形に応じて有理関数型, 三角関数型, 楕円関数型の 3 つのタイプがある. 一方で, Ruijsenaars 系は Calogero-Moser 系の q-変形である. 有理, 三角, 楕円の 3 タイプがあるという点は Ruijsenaars 系についても同様である. ある量子系のハミルトニアンや代数をボソンによって実現することを自由場表示と呼ぶ. 自由場表示によって, 三角 Calogero-Moser 系と Virasoro 代数や W 代数が, 三角 Ruijsenaars 系と q-Virasoro 代数, q-W 代数が関係するということが 1996 年頃には知られていた. 2000 年代になると, また別の関係も見つかった. 三角 Ruijsenaars 系のハミルトニアンを三角 Ruijsenaars 作用素と呼ぶと, この作用素の自由場表示から, Ding-Iohara-Miki 代数と呼ばれる量子群の表現が得られることが判明したのである. Ding-Iohara-Miki 代数の表現は物理の話題にも応用されており, 例えば, 位相的弦理論の分配関数を計算するための概念である refined topological vertex は, Ding-Iohara-Miki 代数のある表現たちの間で働く intertwining operator の相関関数として実現できることが知られている.

以上のように, 三角 Calogero-Moser 系や三角 Ruijsenaars 系と関連する話題はいくつか知られているのに対し, 楕円 Calogero-Moser 系や楕円 Ruijsenaars 系については, これらの模型の難しさゆえに, あまり多くのことは知られていない. 筆者は 2013 年に, 楕円 Ruijsenaars 系のハミルトニアンの自由場表示を構成し, そこから Ding-Iohara-Miki 代数のある楕円関数化 (楕円 Ding-Iohara-Miki 代数) の表現が得られる, という見方を提唱した. しかし, それでも楕円 Ruijsenaars 系に関して, 未知の事柄が多く残っている. 楕円 Ruijsenaars 系についてどのような問題が考えられるのか, 具体的なことは研究計画の中で述べる.