研究計画

吉岡礼治

昨年度まで行ってきたテンソル模型の研究および 2d/4d(5d,6d) 対応の統一的理解を推し進める。

• テンソル模型

行列模型の自然な拡張として、テンソル模型が現れる。テンソル模型は低次元 AdS/CFT 対応との関連からも近年注目を浴びており、研究の進展が望まれる。これまで Op/FD/dessin 対応及び一般化 cut を用いて、テンソル模型の非自明な演算子の集合を研究してきた。dessin は 2 次元曲面上に埋め込まれたある種のグラフであるが、曲面の三角形分割の対応しており、幾何的意味を持つ。一方、cut 演算は一つの演算子から他の演算子を生成するが、同時に join 演算と合わせて Virasoro/$W_{1+\infty}$ 拘束式の基本的な構成要素でもある。「研究成果」にも記載したように、Op/dessin 対応により cut & join 演算の dessin に対する作用も明らかになり、その 2 次元幾何学的な意味も判明した。この成果をテンソル模型における Virasoro/$W_{1+\infty}$ 拘束式の導出に向けて活用したい。

dessin との対応はランク 3 のテンソル模型に限られているので、一般のランクに対する拡張の可能性を探る。またテンソル模型を超えた場の理論に対する Op/FD(/dessin) 対応の適用も視野に入れ、さらなる研究の進展を目指す。

• 2d/4d(5d,6d) 対応

2 次元共形場理論と 4 次元超対称ゲージ理論の間に成り立つとされる、AGT 対応についての研究を行う。この対応関係は q 変形によって、2d/5d 対応に持ち上げられる。もちろん、変形パラメータ q を 1 とする極限において 2d/4d 対応が再現される。

上の対応関係の 2d 側で現れる q-Virasoro/W_N 代数は Ding-Iohara-Miki(DIM) 代数のレベル N 表現において現れることが知られていることから、この対応関係の背後で DIM 代数が大きな役割を果たしていると考えられる。DIM 代数は q 変形された $W_{1+\infty}$ 代数として得られたものである。そこでまず、$W_{1+\infty}$ 代数による拘束式を Schwinger-Dyson 方程式として導出するような行列模型のファミリーを構成し、その性質を調べたい。この研究を足掛かりとして、DIM 代数による拘束式を満たすような行列模型の構成に取り組む。Chern-Simons 行列模型や ABJM 行列模型など、興味深い性質を持つ模型もこのクラスに属すると考えられており、他の分野にも及ぶ大きな成果がもたらされると期待される。またこれらのゲージ理論との対応についても考察する。

また、この対応の応用として、ある古典極限を考えたとき、2d(CFT) 側から Gaudin 模型が、4d(ゲージ理論) 側から Heisenberg 模型と呼ばれる可積分系が現れることが知られている。すなわち、2d-4d 対応は異なる可積分模型の間にある種の対応が成り立つことを示している。これまでの 2d-4d(5d) 対応の研究をいかし、可積分系の対応の統一的理解を目指す。パラフェルミオニック CFT と ALE 空間上のゲージ理論に対する古典極限を考え、得られる可積分系について研究を行う。とくに、お互いの系を記述するスペクトル曲線等の対応を明らかにしたい。