完全非線形楕円型方程式の L^p 粘性解の最大値原理とその応用の最近の進展

小池　茂昭 (埼玉大学)

次のような完全非線形 2 階一様楕円型方程式を考える。

$$F(x, Du, D^2u) = f(x) \quad \text{in } \Omega$$

ただし、$\Omega \subset \mathbf{R}^n$ は有界領域とする。$f \in L^p(\Omega)$ とする。($p > p_0$ とする。ただし、$p_0 \in [n/2, n)$ は領域、一様楕円定数で決まる定数である。)

典型的には、左辺は次の線形作用素を考えている。

$$F(x, Du, D^2u) = -\sum_{i,j=1}^{n} a_{ij}(x)\frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_j} + \sum_{i=1}^{n} \mu_i(x)\frac{\partial u}{\partial x_i}$$

ここで、$(a_{ij}(x))$ は一様楕円性を満たし、$\mu_i \in L^q(\Omega)$ $(q \geq n)$ を満たす。共に、連続性を仮定しないので、超関数でなく L^p 粘性解を弱解としてここで考える。

本講演では、L^p 粘性解に対する Aleksandrov-Bakelman-Pucci 型最大値原理や（弱）Harnack 不等式のこれまでの結果と、最近の進展を解説する。できれば、応用として、いくつかの定性的性質にも触れたい。

本講演は、A. Święch(ジョージア工科大学) との共同研究をもとにしている。