

結び目の群について

岡崎真也

大阪市立大学理学研究科数物系専攻

前期博士課程 1 年

現在 Crowell-Fox の結び目理論入門を読んでいます。

S^1 の \mathbb{R}^3 への埋め込みを結び目といいます。また結び目 K_1, K_2 が同じ型であるとは \mathbb{R}^3 から \mathbb{R}^3 への同相写像で K_1 の像が K_2 となるものが存在するときをいいます。このとき $\mathbb{R}^3 - K_1$ と $\mathbb{R}^3 - K_2$ が同相となるので、結び目 K_1, K_2 が同じ型かどうかを判定するには $\mathbb{R}^3 - K_1$ と $\mathbb{R}^3 - K_2$ が同相となるかどうか調べる必要があります。

そのために結び目の補空間の基本群を考えます。これを結び目の群といいます。

結び目の群の表示には Wirtinger 表示という表示があります。これは簡単に群の表示を与えることができますが、表示自体は煩雑になりあまり効率的ではありません。

また Tietze の定理により結び目の群が他の結び目の群と同型であるならば、互いの群の表示が Tietze の同値と呼ばれる写像の有限個の積により移りあうということが分かります。しかしこの定理は写像の積がどのようなものかを具体的に与えてくれるものではなく、また 2 つの結び目の群が同型でないとき、このような写像の積が存在しないことを証明することは容易ではありません。従ってより簡単に 2 つの結び目の群が同型であるかを判別するための道具が必要になってきます。しかし肝心のそのところの勉強はまだなので、今後この本を読み進めていきたいと思えます。