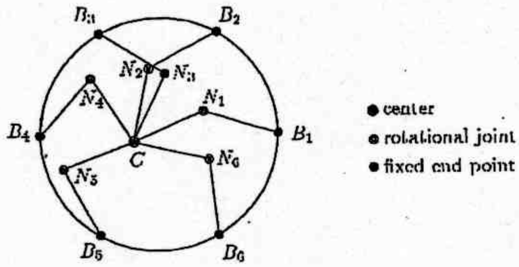
平面的linkageの配置空間のトポロジーについて

奈良女子大学大学院人間文化研究科修士課程１年
太田恭子

現在私はJ. O'Hara氏の論文 Morse functions on configiration saces of planar linkages, arXiv:math.GT/0505462 を読んでいます。本論文の主結果は以下の通りです。planar linkage の配置空間 $\mathcal{M}_n(R)$ を以下のように定義する。R を正の定数とする。座標を以下のように定める。$C=(x,y)$, $B_j=(u_j,v_j)$. $N_j=(p_j,q_j)$。



$$
\begin{aligned}
\mathcal{M}_n(R) &= \{(C,N_1,\cdots,N_n)\in(\boldsymbol{R}^2)^{n+1}\,|\,|\,N_kC\,|=|\,B_kN_k|=1\\
&\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad(k=1,\cdots,n)\}\\
&= \left\{x=(x,y,p_1,q_1,\cdots,p_n,q_n)\in\boldsymbol{R}^{2(n+1)}\,|\,F(x)=0\right\}
\end{aligned}
$$

ただしここで、$F:\boldsymbol{R}^{2(n+2)}\to\boldsymbol{R}^{2n}$

$$
\begin{aligned}
&F(x,y,p_1,q_1,\cdots,p_n,q_n)\\
&= ((x-p_1)^2+(y-q_1)^2-1,(p_1-u_1)^2+(q_1-v_1)^2-1,\cdots\\
&\quad \cdots,(x-p_n)^2+(y-q_n)^2-1,(p_n-u_n)^2+(q_n-v_n)^2-1)
\end{aligned}
$$

定理 n を２以上の自然数とする。配置空間 $\mathcal{M}_2(R)$ は $0<R<1$ の時向きつけ可能な種数が $1-2^{n-1}+n2^{n-3}+n2^{n-1}$ 個の閉曲面と微分同相であり、$1<R<2$ の時向き付け可能な $1-2^{n-1}+n2^{n-3}$ 個の種数を持つ閉曲面と微分同相である。

証明は、まず陰関数定理を使い $\mathcal{M}_n(R)$ がコンパクトで境界のない向きつけ可能な二次元多様体（向き付け可能な閉曲面）であることを示し、$\mathcal{M}_n(R)$ 上のモース関数を用いて閉曲面の種数を決定する。