

Helmholtz-Weyl decomposition in L^r and its applications to the Navier-Stokes equations

東北大学大学院理学研究科数学専攻
小園英雄

2010年6月16日

本講演の内容は柳澤卓氏（奈良女子大・理）との共同研究に基づいている．

コンパクトなリーマン多様体上の滑らかな微分形式に対するドラーム・ホッジ・小平分解の一般化として，より広範な L^r -空間に属するベクトル場が，スカラー及びベクトルポテンシャルをもつ部分と調和ベクトル場の3つの部分に一意的に分解されることを紹介する．その応用として，境界が有限個の滑らかな連結成分からなる3次元空間内の有界領域において，非斉次境界条件下の定常ナビエ・ストークス方程式の可解性について考察する．非圧縮性条件から，与えられた境界上の関数は，各連結成分の“流量の総和”が零であることが必要条件であることが従う．この必要条件下での同方程式の定常問題の可解性は，長年の未解決問題である．これまでのところ，境界上の関数の各連結成分における流量が零という制限された条件においては可解性が得られている．本講演では，我々の得た L^r -分解定理により，この制限された流量条件を緩和することができることを示す．実際，非線形方程式であるナビエ・ストークス方程式の可解性は，与えられた非斉次境界値から決まる摂動項をもつ線形ストークス作用素の正值性と密接な関係にあるが，その証明に重要な役割を演じる Leray の不等式は，実は極く限られた多重連結領域についてのみ成立することが明らかにされる．