完全非線形方程式の
ABP 最大値原理の最近の進展

小池茂昭　(埼玉大学)

非発散型を含む完全非線形二階楕円型方程式に関しては、粘性解が適切な弱解として知られている。

二階一様楕円型方程式の強解に対する Aleksandrov-Bakelman-Pucci (以降、ABP と略す) 型最大値原理は、Caffarelli によって、完全非線形二階楕円型方程式の粘性解でも成立することが示されている。更に、Caffarelli は、発散型方程式の弱解「超関数解」に対して知られていた Harnack 不等式、Schauder 評価、L^p 評価を完全非線形方程式の粘性解に対して示した。しかし、非斉次項に連続性を仮定する必要があり、改良の余地があった。

その後、Caffarelli-Crandall-Kocan-Święch が導入した L^p 粘性解に対して、非斉次項の連続性の仮定なしで ABP 最大値原理が示され、Harnack 不等式、Schauder 評価、L^p 評価の結果も一般化されてきた。これらは、低階微分項がある場合も有界係数ならば成り立つ。

一方、発散型方程式の場合、Stampacchia 等によって、低階微分項に非有界係数 (具体的には L^n 可積分関数) がある場合に Harnack 不等式等が知られていた。(n は空間次元)

本講演では、低階微分項に非有界係数のある完全非線形二階一様楕円型方程式の L^p 粘性解に対する ABP 型最大値原理に関する最近の結果を報告する。また、その応用についても言及したい。

本講演は、ジョージア工科大学の A. Święch との一連の共同研究を基にしている。