

研究成果

馬場蔵人

リーマン幾何学において，リーマン対称空間は幾何学的に顕著な性質を持つ等質空間の例であり，様々な研究が行われている．リーマン対称空間 G/K に対して， eK におけるホロノミー表現は G/K のイソトロピー表現に一致する．ここで， e は G の単位元を表す．リーマン対称空間のイソトロピー表現の軌道は，ユークリッド空間 $T_{eK}(G/K)$ 内の部分多様体となっており， G/K の制限ルート系およびそれに付随する佐武図形を用いて軌道の構造が研究されている．

計量が正定値とは限らない擬リーマン幾何学において，擬リーマン対称空間は幾何学的に顕著な性質を持つ等質空間の例である．半単純擬リーマン対称空間に対して，極大分離的可換部分空間に関する制限ルート系の性質が Rossmann, Oshima-Sekiguchi によって研究されている．さらに，Oshima-Sekiguchi は，その制限ルート系に付随する佐武図形を定義し，それを用いてその空間の構造を研究している．ここで，極大分離的可換部分空間 α に関する制限ルート系は， α がベクトル型かトーラス型かによって，2種類の制限ルート系が定義されることに注意する．[1] では，半単純擬リーマン対称空間の構造を研究する．既約な古典型半単純擬リーマン対称空間の極大分離的可換部分空間に関する制限ルート系およびそれに付随する佐武図形，カルタン部分空間に関する制限ルート系に付随する佐武図形を包括的に求めるレシピを作成し，そのレシピを用いてすべての既約な古典型半単純擬リーマン対称空間に対して，極大分離的可換部分空間に関する制限ルート系の Dynkin 図形と各単純ルートの符号，その制限ルート系に付随する佐武図形，カルタン部分空間に関する制限ルート系に付随する佐武図形を求めた．半単純擬リーマン対称空間 G/H のイソトロピー表現の軌道は，擬ユークリッド空間 $T_{eH}(G/H)$ 内の部分多様体となっている．すべての既約な古典型半単純擬リーマン対称空間のイソトロピー表現の双曲元を通る軌道の中で次元が最も高いものの余次元および，楕円元を通る軌道の中で次元が最も高いものの余次元を求めた．

半単純擬リーマン対称空間のイソトロピー表現の軌道に対して，各点でのイソトロピー部分群のリー代数は互いに共役であり，その共役類は局所軌道型とよばれる．イソトロピー表現の軌道の局所軌道型は，その軌道の内在的な構造だけでなく法ホロノミー群のリー代数の情報といった，軌道の外在的な構造を研究する上で重要な情報を含んでいる．[2] では，半単純擬リーマン対称空間のイソトロピー表現の軌道の局所軌道型を研究する．半単純擬リーマン対称空間 G/H の極大分離的可換部分空間に関する制限ルート系の任意の閉部分系 Δ' に対して， Δ' を極大分離的可換部分空間に関する制限ルート系に持つ半単純擬リーマン対称空間が無限小レベルで存在することを示した．この結果および G/H の極大分離的可換部分空間に関する制限ルート系を用いて，イソトロピー表現の双曲元または楕円元を通る軌道の局所軌道型を分類するレシピを作成し，そのレシピを用いていくつかの既約な例外型半単純擬リーマン対称空間のイソトロピー表現の双曲元または楕円元を通る軌道の局所軌道型を分類した．