

研究成果 (門上 晃久)

1. “Seifert complex for links and 2-variable Alexander matrices”

D. Cooper は link の各成分に Seifert 曲面を張った和集合を考察した. 曲面各成分の交わりは許されていて、それら交わりは clasp singularity に制限できる. 彼はこれを C-複体と定義し、特に 2 成分 C-複体を研究した. 交わりが ribbon singularity のみのとき R-複体、clasp と ribbon のみのとき RC-複体と名付けた. 我々はこれらを含む一般用語として Seifert 複体を用いた. 我々は Cooper の手法を再確認し、2 成分 link の 2 変数 Alexander 行列を特徴付けた. さらにこれを用いて 2 成分 link の Torres の公式や、Bailey-中西による 2 成分代数的分離絡み目の Alexander 多項式の特徴付けの別証明を与えた.

2. “Proper link, algebraically split link and Arf invariant” (安原 晃氏との共著)

代数的分離絡み目の R-複体から新しい Arf 不変量を定義した. 私は well-defined 性を示すのに寄与した. proper link に対して定義される通常の Arf 不変量は絡み目の不変量である. また境界絡み目に対して加法性を持つが、代数的分離絡み目に対しては必ずしも加法的ではない. 一方、代数的分離絡み目の R-複体に定義される新しい Arf 不変量は、R-複体と各成分曲面の対の不変量で、加法性を持つ.

3. “Component-isotopy of Seifert complexes”

D. Cooper は 2 成分の C-複体の基本変形を示した. 私はこれを n 成分の場合に拡張した. この際、新しい変形が出てきて、これが除くことができないことをボロミアン環の 2 つの C-複体を例として示した. knot の特異 Seifert 曲面に対しても基本変形があることを示した.

4. “Detecting non-triviality of virtual links”

flat virtual link (論文中では *projected virtual link*) は *reduced diagram* を持つことと、2 つの *reduced diagram* が 3 番目の Reidemeister move と成分交換で移り合うことを示した. これにより Kishino’s knot を含む多くの virtual link の非自明性が判定できる.

5. “Classification of closed virtual 2-braids”

closed virtual 2-braid の完全な分類をした. Dye-Kauffman の定義した surface bracket polynomial から条件を出し、3-string braid group の部分群との対応を作ることにより示した.

6. “Connected sum and prime decomposition of virtual and flat virtual links”

virtual link の連結和は diagram によって変化し、一意に決まらない. diagram 上に有限個の点を置いた *pointed virtual link* という概念を導入し、点に沿って連結することにより連結和を定義した. いくつかの virtual/flat virtual link を連結するときは、*connecting tree* に沿ってなされる. 同値関係を適切に定義することにより、素な成分が決まり、分解の一意性も示される.

7. “Reidemeister torsion of homology lens spaces”

homology lens space を、integral homology 3-sphere 内の knot の p/q -surgery と表示することにより、knot の Alexander polynomial から surgery formula で Reidemeister torsion を求められる。knot の Alexander polynomial が (1) torus knot と同じ場合、(2) 2 次の場合、(3) $(-2, m, n)$ -pretzel knot と同じ場合 (山田 裕一氏との共著) かつ lens space と同じ Reidemeister torsion になるかを調べた。(1) は必要十分条件、(2) は Alexander polynomial が $t^2 - t + 1$ に定まること、(3) は $(-2, 3, 7)$ -pretzel knot の特殊性を明らかにした。また (4) 上記 knot の Alexander polynomial が満たすべき形を特徴付け (山田 裕一氏との共著) (5) Seifert surgery にも同様の手法を適用した。(6) Whitehead link の lens surgery の結果も得ている。(下澤昌史氏、円山憲子氏との共著)

8. “Iwasawa type formula for covers of a link in a rational homology sphere” (水澤靖氏との共著)

代数体のある種の分岐拡大の ideal class group の order を求める Iwasawa formula は、Knot Theory では integral homology 3-sphere のアーベル分岐拡大の first homology の order を求める Fox, Mayberry-Murasugi, Porti の公式が対応する。後者の公式を rational homology 3-sphere の巡回分岐拡大の場合に拡張した。いくつかの具体例も示した。

9. “An estimation of the C_k -unknotting number for a C_k -trivial link” (安原 晃氏との共著)

C_k -move で自明になる link を C_k -trivial link とし、それを自明にするのに必要な C_k -move の最小数を C_k -unknotting number と定義した。Milnor の μ -不変量と clasper theory を利用することにより上からの評価を得る。 $k = 2, 3$ のときさらに強い評価を得る。そして 10 交点以下の C_2 -trivial link の C_2 -unknotting number の表を作成した。

10. “An integral invariant from the knot group” (揚 志青氏との共著)

knot group の交換子群を normal に生成する元の最小数を MQ index と定義し、性質を調べた。(1) Nakanishi index が下からの評価を与え、knot group の rank -1 と tunnel number が上からの評価を与えることと、(2) $(2, p)$ -torus knot と $(2, q)$ -torus knot の連結和の MQ index が 1 になる必要十分条件が $\gcd(p, q) = 1$ であることを示した。つまり、MQ index は加法性を持たない。