

今後の研究計画

昆 万佑子

複素空間形の、複素、全実、 CR 等の特殊な構造を仮定しない部分多様体について、断面曲率やリッチ曲率、第二基本形式との関連から特徴付けを行い、新しいタイプの部分多様体の例を見出し、その基本的な性質を表す定理を導きたい。

また、複素空間形の実部分多様体に対しては、全臍的、第二基本形式の平行性等の基本的な条件が有効に機能しないことが知られている。その代わりとなる新たな条件や概念を研究し、それらの例を示し、特徴づけを行う。この際、複素空間形の実部分多様体に対する本質的な微分幾何学的量を明確にし、性質を明らかにしたい。

具体的には、以下の問題を考える。

(I) 複素射影空間のコンパクト極小部分多様体の挟撃問題に関する研究

これまでの研究で得られた、複素射影空間のコンパクト極小部分多様体のスカラー曲率や断面曲率に関する挟撃定理 ([3], [4]) を再検討し、さらに進んだ結果を得たい。

また、第二基本形式の長さの2乗以外の量に対するラプラシアンを計算することによって、他の形の Simons 型の積分公式が得られると予想される。例えば、平均曲率ベクトルの方向の第二基本形式の長さの2乗のラプラシアンを考える。これを用いて、新しい形の挟撃定理が得られないか検討する。

さらに、これまでに得られた定理の条件や、証明の途中で得られた等式の特徴的な量には何らかの幾何学的な意味があることが予想され、これを明らかにすることは、新しいタイプの部分多様体を見出すことに繋がる可能性がある。

平均曲率ベクトル場が平行なコンパクト部分多様体に対しても、同様の問題を考えたい。

(II) 複素空間形の実超曲面のリッチテンソルの、正則分布上の条件に関する研究

複素空間形の実超曲面に対し、正則分布上で各種曲率に条件を与えることによって、実超曲面の性質がどの程度決定されるかを調べる。

まず、リッチテンソルの正則分布上の性質を調べ、主曲率一定な実超曲面に対する結果 ([7]) を拡張することによって、擬アインシュタイン等リッチテンソルに対する既知の条件を拡張したい。さらに、構造ベクトル場がリッチ作用素の固有ベクトル場になっているという条件を調べている。この条件は、実超曲面が Hopf であるという条件を拡張したものである。

(III) 複素空間形の実部分多様体の第二基本形式に関する研究

実空間形の部分多様体や、複素空間形の複素部分多様体に対しては、第二基本形式が平行である部分多様体が研究されている。しかし、複素射影空間の部分多様体で第二基本形式が平行なものは、複素部分多様体、全実部分多様体に限られることが知られている。

そこで、複素空間形の実部分多様体の第二基本形式に対してこれに代わる条件を導入し、その条件を満たす部分多様体を決定する。その際、正則断面曲率が負である複素空間形の部分多様体の性質を研究することが必要になると考えられる。

以上の研究をまとめ、複素部分多様体、全実部分多様体、 CR 部分多様体を含めた複素空間形の部分多様体の問題を総合的に研究する。