

研究計画

渦不変量と軌道体のグロモフ-ウィッテン不変量の関係を研究する。

(軌道体の) グロモフ-ウィッテン不変量や量子(軌道体)コホモロジー, 量子微分方程式は, 代数幾何やシンプレクティック幾何学, ミラー対称性の観点から非常に重要な対象である。一方, 渦不変量とはシンプレクティック渦方程式の解のモジュライ空間を用いて定義される不変量であり, サイバーグ-ウィッテン不変量やグロモフ-ウィッテン不変量など, シンプレクティック幾何学に応用されている。特に, シンプレクティックトーリック多様体について, ある位相的な条件のもとではグロモフ-ウィッテン不変量と渦不変量が一致することがわかっており, これにより量子コホモロジーの環構造を得ることができる。

1. 渦不変量と同変フレア理論

渦不変量がグロモフ-ウィッテン不変量と一致する位相的な条件は, ギベントルによるミラー定理と深く関わりがある。ギベントルのミラー定理では, グロモフ-ウィッテン理論から得られる J -関数と, 同変フレア理論から得られる I -関数の関係を述べている。渦不変量はグロモフ-ウィッテン理論よりも同変フレア理論との関係が強いと考えられる。そこで, この研究では渦不変量と同変フレア理論の直接的な関係を調べる。

2. 軌道体の渦不変量と量子コホモロジー

シンプレクティック多様体について, 渦不変量がグロモフ-ウィッテン不変量と一致するという結果は, 軌道体に拡張されることが期待されている。この拡張のためには, 渦方程式を軌道体へ適切に拡張しなければならない。その上でシンプレクティック渦方程式の解のモジュライ空間を改めて構成し, 渦不変量を定義する必要がある。このためにはグルポイド (groupoid) としての軌道体の研究を欠かすことができない。

この研究では, シンプレクティックトーリック軌道体の渦不変量を構成し, 量子軌道体コホモロジーへ応用する。特に量子(軌道体)コホモロジーの環構造を明らかにしたい。また, グロモフ-ウィッテン不変量の効率的な計算アルゴリズムの発見を目指す。さらに, 軌道体の同変フレア理論はまだ厳密に構成されていないが, 強い関係があるものと考えている。