今後の研究計画

早乙女　飛成

今後の研究の計画としては、これまで指導教官である M.Itoh との J-正則写像に関わる共同研究を引き続き進めることで強擬凸多様体における擬正則写像の理論を構成すると共に、強擬凸多様体とそれに関連する偶数次元多様体の幾何学の関連を研究するなど新しい研究を始めたいとも考えています。強擬凸多様体は Boothby-Wang 束構造や境界構造を通して偶数次元の幾何学と非常に密接なかかわりを持っているため、これらの関連の考察は単純な面白さだけではなく偶数次元の幾何学の新しい研究手法の開発にもつながるのではないかと考えています。

まず、擬正則写像の理論を有効なものとするためには、それらのなすモジュライ空間が symplectic 幾何学における場合と同様に良い性質を持つことを示す必要があります。とくにモジュライ空間がコンパクトな有限次元多様体かどうかが一つの重要な課題ではありますが、そのために擬正則写像を定める方程式が Fredholm となることと靴紐理論を強擬凸多様体の幾何学において展開していくことを考えています。さらにモジュライのコンパクト化やモジュライを用いた不変量を構成するためには、個々の擬正則写像の解析的な性質やそれらの自己交点に関する幾何学的な考察も重要であり、symplectic 幾何学の場合と比較しながら研究を進めていきたいと考えています。これらの議論における問題点として、現在は主に次のような問題があると考えています。

(1) 擬正則写像を定める方程式が Fredholm となること：方程式の劣楕円性は既に示すことが可能であるため、方程式の陰関数定理との関係が問題となります。
(2) 靴紐理論の構成：靴紐理論はとくに次元の計算が関係するため強擬凸多様体の幾何学で理論を構成するためには、単純な symplectic 幾何学の類似以外の考察も必要になると思われます。とくに強疑凸多様体の特性方向への微分の滑らかさを如何に保証するかが解決の鍵となると思われます。
(3) バブル現象の有無：symplectic 幾何学の場合には、擬正則曲線のエネルギー汎関数が共形不変性を持つために擬正則写像の極限としてのバブルが起きる場合が観察されるが、擬正則写像として定義域も強擬凸であるものを考える場合にはエネルギーの共形不変性が成立しなくなることが分ります。強擬凸多様体に対する擬正則写像に関してはどのような現象となるか考察する必要があります。

強擬凸多様体に関わる新しい研究としては、強擬凸多様体とそこに関連する多様体の幾何学的な関連を調べていくことを考えています。とくに Boothby-Wang 束構造や境界構造は、それぞれ偶数次元の orbifold や錐多様体と関係しているために、この研究は孤立特異点を持つ偶数次元の幾何学につながると思われます。

(4) Boothby-Wang 束構造を持つ場合において、強擬凸多様体とその底多様体のコホモロジーなどの幾何学を比較する。
(5) 強擬凸多様体が、複素多様体の特異点のリンクとして実現されている場合において強擬凸多様体の幾何学から特異点の性質を考察する。
(6) 円筒状エンドをもつ非コンパクト Kähler 多様体の幾何学と、そのエンドの切断面として現れる強擬凸多様体の幾何構造を比較する。
(7) 特異点を持つ多様体を非コンパクト多様体と考えることにより、特異点をもつ強擬凸多様体の幾何学を考察する。(非コンパクトな場合についての結果である [2] のような主張を更に非完備な場合に拡張させる。)