

時空特異点と 宇宙検閲官仮説

中尾憲一
素粒子論研究室

コロキウム 2009.4.24

内容

§1 時空特異点

- ・ 特異点定理, spacetime border
- ・ 宇宙検閲官仮説
- ・ 時空特異点の強さ

§2 球対称重力崩壊

- ・ ダスト, 自己相似解 & 数値解 (理想気体の完全流体)
- ・ スカラー場

§3 フープ予想と糸巻き型重力崩壊

- ・ フープ予想
- ・ Shapiro-Teukolsky 重力崩壊
- ・ Gibbons-Penrose 構成法

§4 BKL 予想

§5 質量インフレーション

- ・ コーシー地平面の安定性
- ・ 質量インフレーションと光的な弱い特異点
- ・ 光的な弱い特異点は一般的か？

§6 議論

§時空特異点

時空特異点の近傍では、
高エネルギー、高圧、大きな時空曲率

既知の物理理論は適用できない → *New Physics*
(Loop quantum gravity? Superstring? Brane World?

できれば”時空特異点”を観測したい

観測可能な時空特異点 = 裸の特異点(Naked singularity)

Border of spacetime

一般相対論が予言能力を失う場所

(Harada & KN, 2004)

特異点定理

1st version by Penrose (1965)

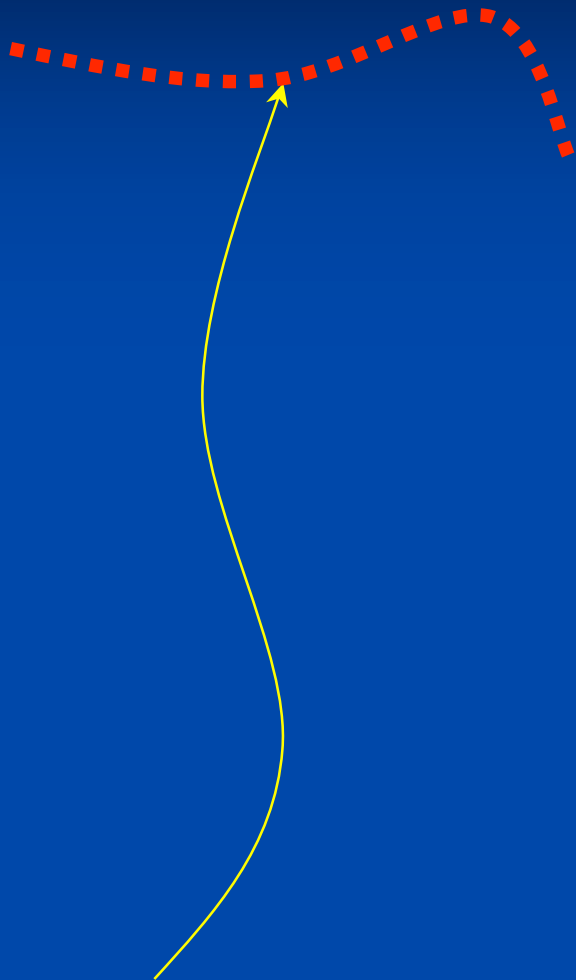
- (1) $R_{ab}k^ak^b \geq 0$ for all null
→ null energy condition in general relativity
- (2) There is a non-compact Cauchy surface in M
- (3) There is a closed trapped surface in M .

Then 時空 (M, g_{ab}) は null geodesically incomplete.

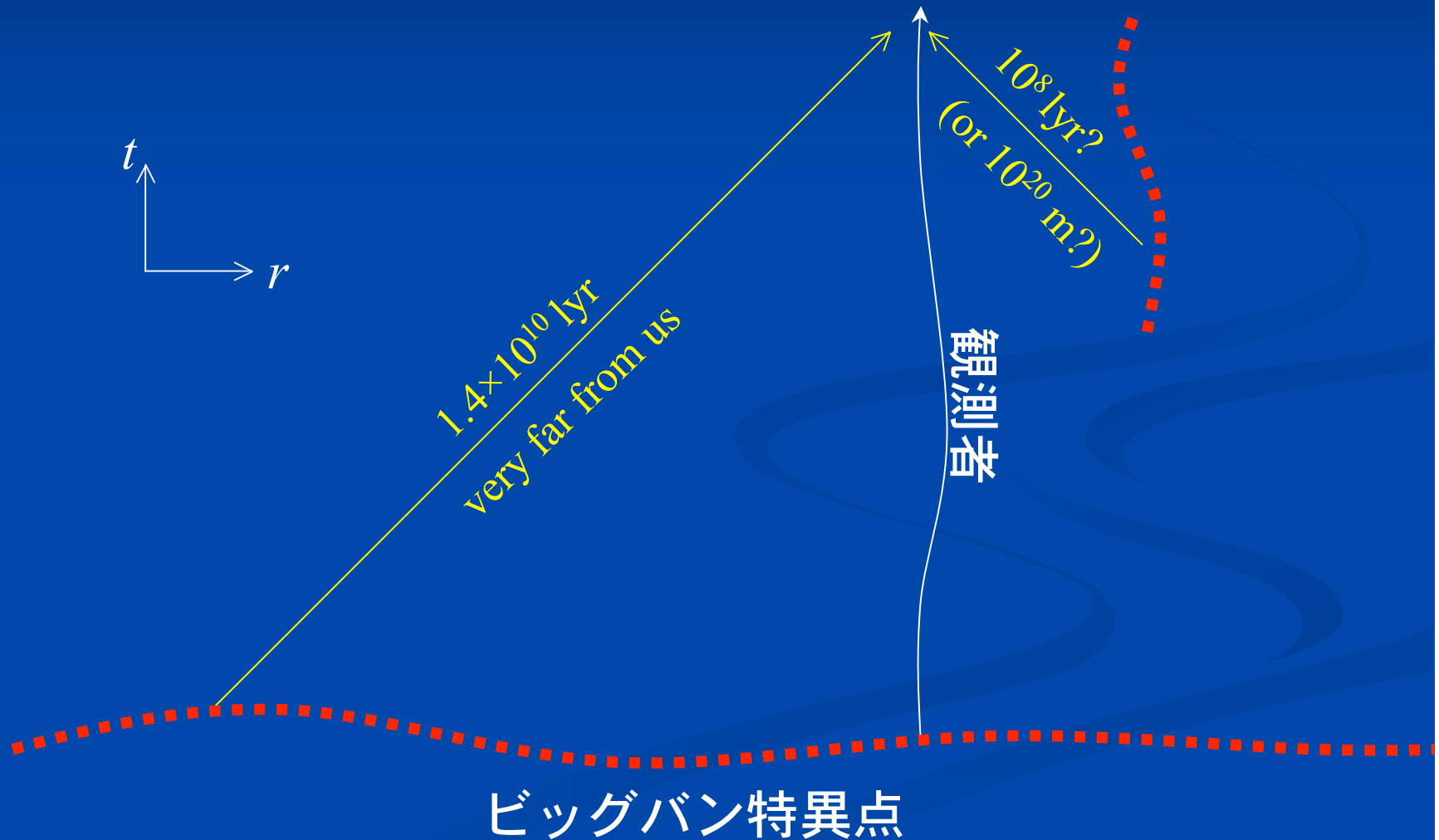
特異な時空 = geodesically incomplete
(有限のアフィン距離で
延長不可能な測地線が存在する)

特異点形成は一般的な物理現象！

..... : singularity



ビッグバンは観測可能な時空特異点だが、とても遠い。
我々の近くに観測可能な時空特異点はあるのだろうか？

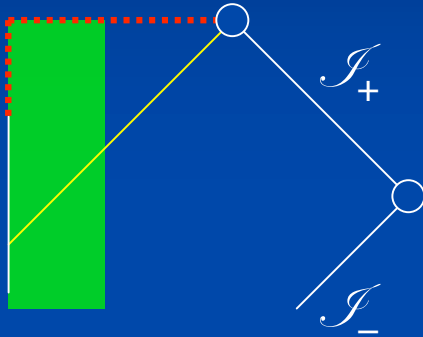


宇宙検閲官仮説 (Cosmic censorship hypothesis)

proposed by Penrose(1969)

弱いバージョン:

時空特異点はブラックホールの中にできる



証拠(?)

stability of BH's, spherical scalar field, Gibbons-Penrose construction, ...

反例(?)

spherical dust, self-similar perfect fluid, spindle collapse, ...

強いバージョン:

時空特異点は空間的



致命的な反例

帯電したブラックホールや

回転しているブラックホールの内部

..... : singularity ■ : matter

時空特異点の強さ

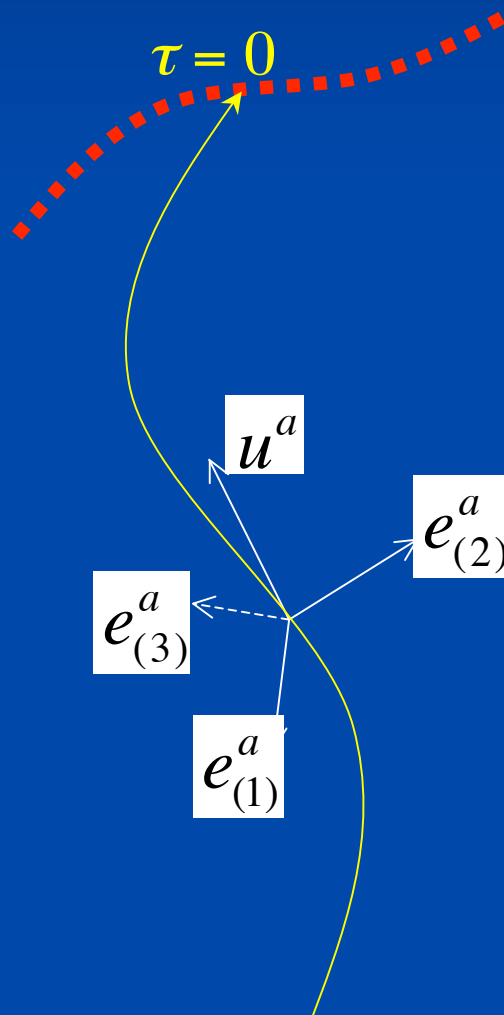
無限小の観測者が感じる潮汐力

$$J_{(A)(B)} = \lim_{\tau \rightarrow 0} \int^{\tau} d\lambda \int^{\lambda} dv \left| R_{abcd} e_{(A)}^a u^b e_{(B)}^c u^d \right|$$

$$u^b \nabla_b u^a = 0 = u^b \nabla_b e_{(A)}^a$$

Finite $J_{(A)(B)}$: Tipler-weak
(deformationally weak)

Infinite $J_{(A)(B)}$: Tipler-strong
(deformationally strong)
観測者は無限大の潮汐力
で粉碎される



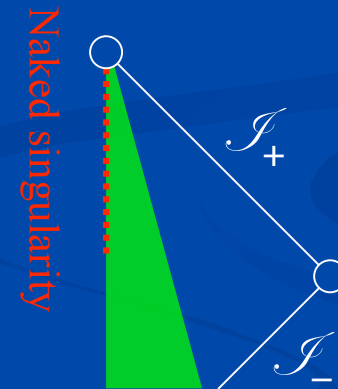
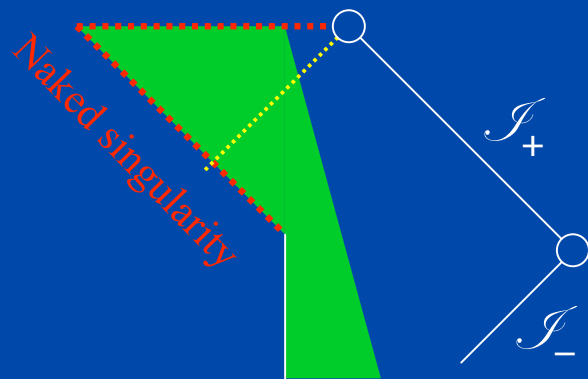
Wave regularity との関係は?

(Ishibashi & Hosoya, 1999)

§球対称重力崩壊

宇宙検閲官仮説の反例？

- ◎非一様球対称なダスト; Eardley&Smarr('79), Christodoulou('84), Newman('86), Joshi&Dwivedi ('93),...
- ◎自己相似完全流体; Ori&Piran('87), ...
- ◎非一様球対称な理想気体の完全流体; Harada('98)
- ◎回転軌道運動をしている無衝突粒子系; Harada&Iguchi&KN('98)

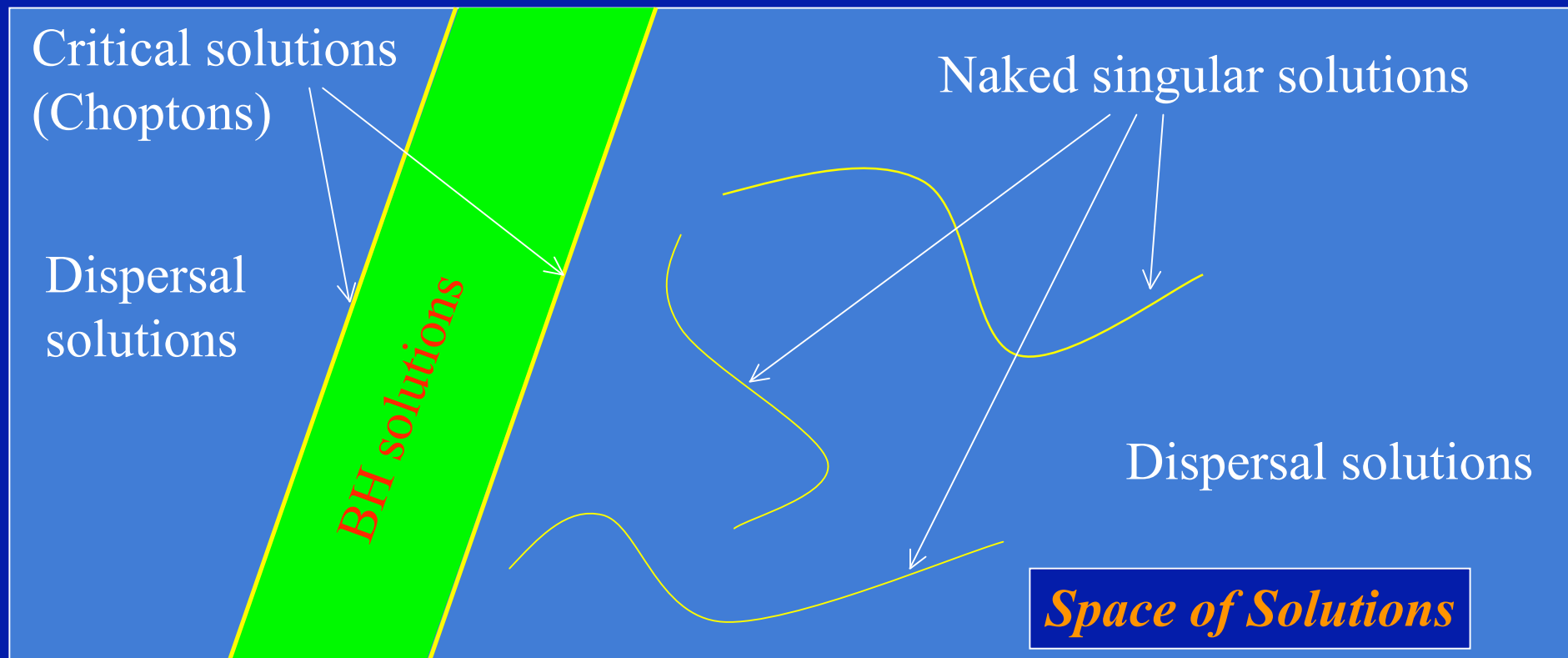


- ・中心にできる裸の特異点は質量ゼロ (Lake, '92)
この特異点は無害に思える
- ・物質が現実的でない (Wald, '97 and Hawking, '02)

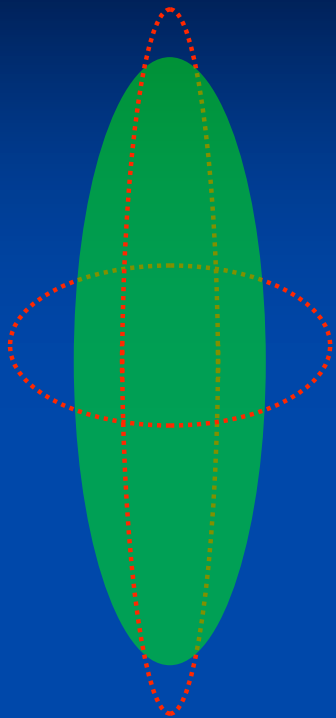
宇宙検閲官仮説の証拠(?)

Einstein-Klein-Gordon system (Christodoulou, '97)

裸の特異点を形成する初期条件 (ある関数 α_0 で特徴付けられる) を考える. そうすると, 任意の実数 $c \neq 0$ に対して, $\alpha = \alpha_0 + cf$ で特徴付けられる初期条件がBH時空か特異でない時空に発展するような連続関数 f が. 存在する.



§フープ予想と糸巻き型重力崩壊



Mass M

Black hole with *horizon* forms
when and only when mass M gets compacted

$$C < 2\pi r_g$$

C : hoop length

$r_g = 2GM$: gravitational radius of the mass

by Thorne (1972)

Gravitational Collapse of

$$C > 2\pi r_g$$

(e.g. highly elongated configuration)

—————> *No Horizon = Observable Singularities*

空間的超曲面の解析

Nakamura, Shapiro & Teukolsky(1988)

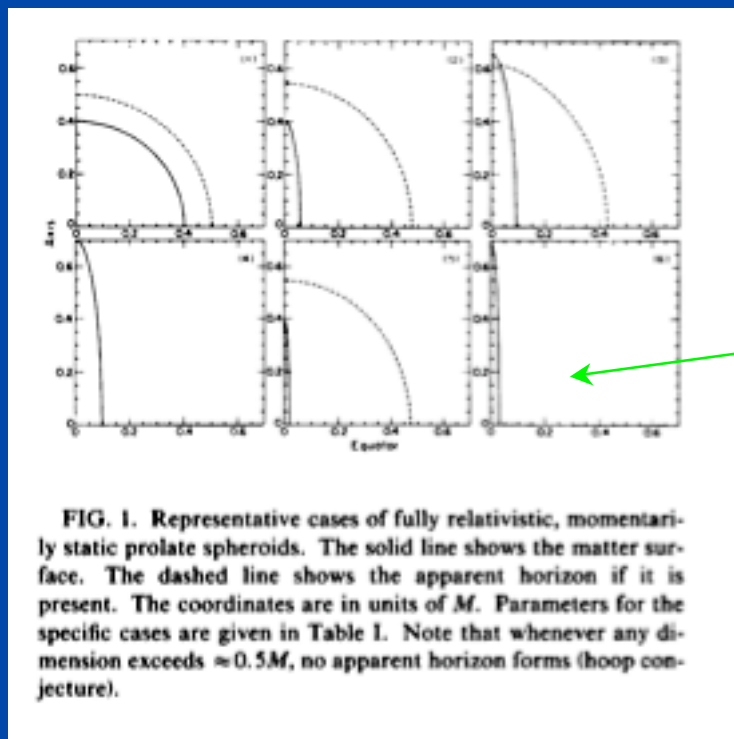
フープ予想を支持する例のひとつ

- ・ 時間反転に対して対称

$${}^{(3)}R = 16\pi G\rho$$

- ・ 一様な回転楕円形状

非常に長細い形状のときは
Marginally trapped surface
が見つからない



After this work, many similar analyses appeared and will appear.

力学的な発展の数値解析

Shapiro & Teukolsky (1991):

物質：温度ゼロの無衝突粒子系

糸巻き形状の重力崩壊が起きたが、

Trapped surface は見つからなかった

Is this truly naked?

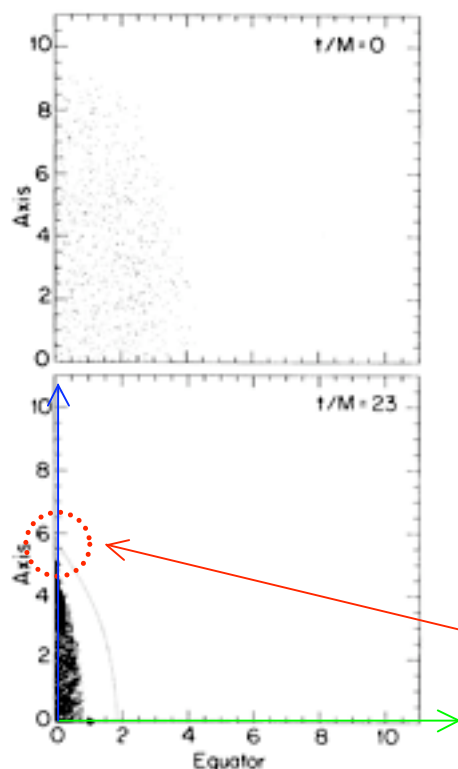


FIG. 2. Snapshots of the particle positions at initial and final times for prolate collapse with the same initial eccentricity as Fig. 1 but with initial semimajor axis equal to $10M$. The collapse proceeds as in Fig. 1, and terminates with the formation of a spindle singularity on the axis at $t/M=23$. The minimum polar circumference is $c_{\text{min}}/4\pi M=2.8$. There is no apparent horizon, in agreement with the hoop conjecture. This is a good candidate for a naked singularity, which would violate the cosmic censorship hypothesis.

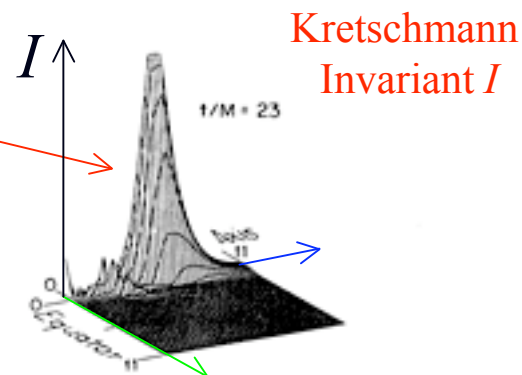
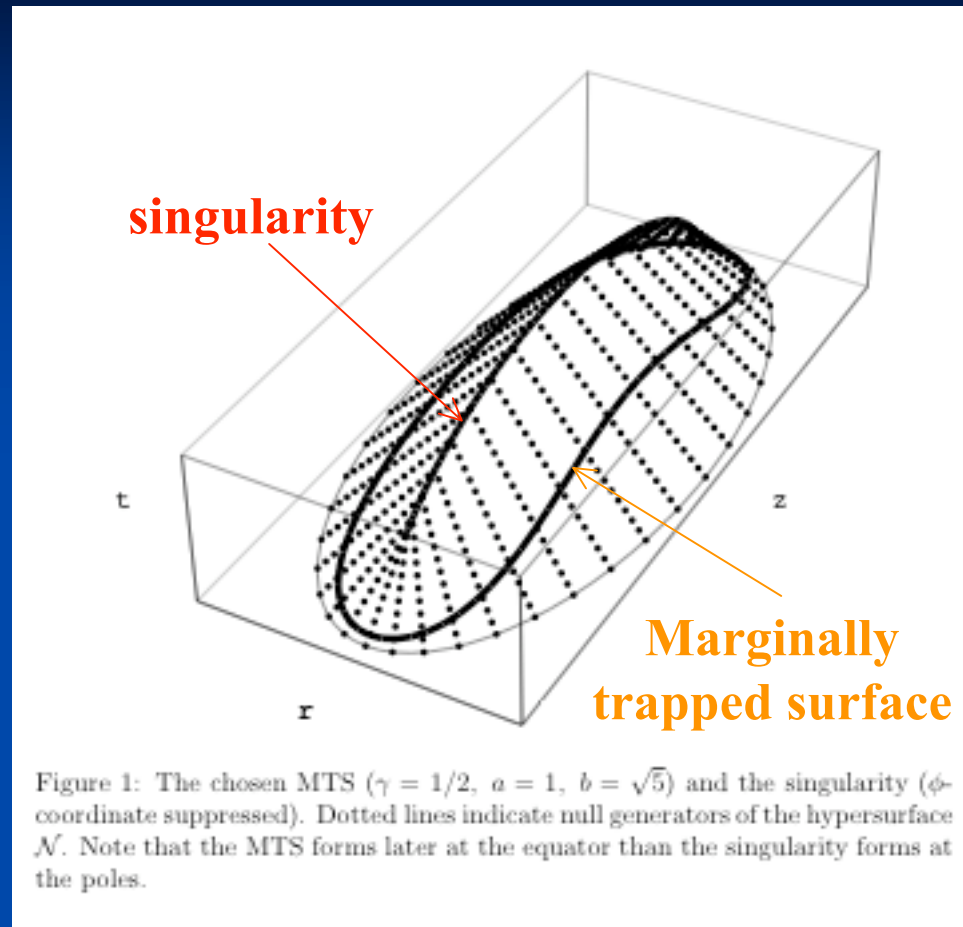


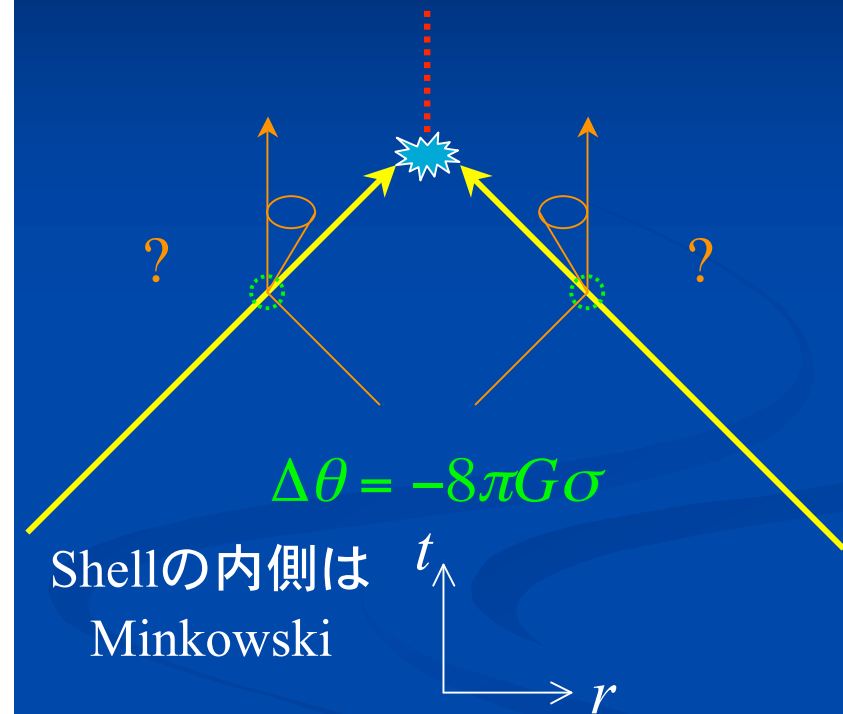
FIG. 4. Profile of I in a meridional plane for the collapse shown in Fig. 2. For the case of 32 angular zones shown here, the peak value of I is $24/M^4$ and occurs on the axis just outside the matter.

Gibbons-Penrose の構成法



(Pelath, Tod & Wald, '98)

光的なconvex shellの崩壊



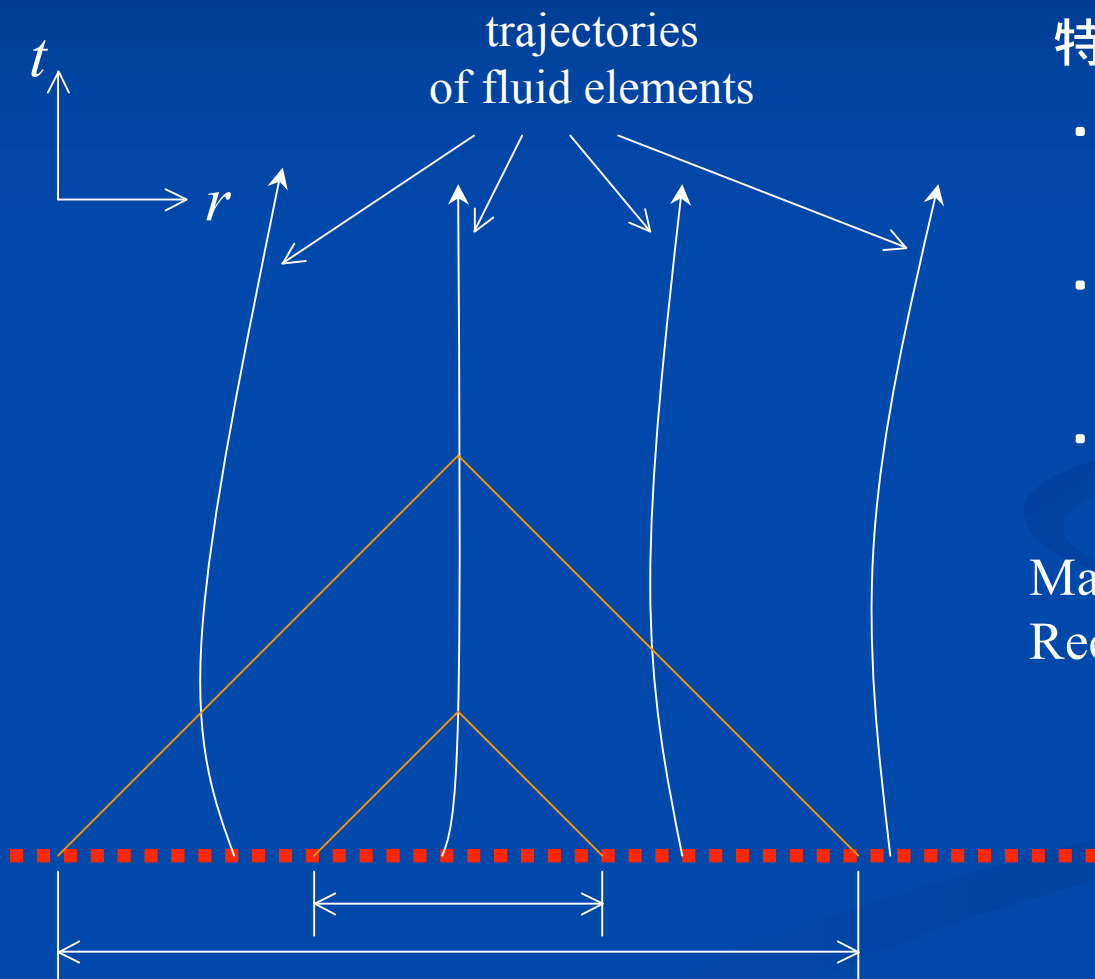
PTWの結論 : Shapiro&Teukolskyのシミュレーションはtrapped surface
ができる前に破綻しただけ

でも、これはPTWの予想に過ぎない

§BKL 予想

Belinskii, Kharatonikov & Lifschitz ('71)

宇宙論的な時空特異点は必ず空間的.



特異点に近づくにつれて,

- ・ ホライズンサイズは小さくなる
more local \approx homogeneous
- ・ shear dominant
ほとんど真空と考えて良い
- ・ 振動的

Many studies exist.

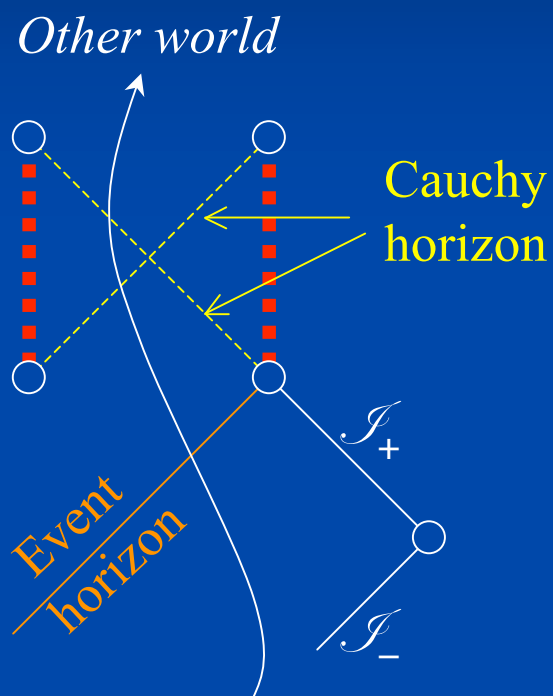
Recently, 3D simulation is possible

Garfinkle ('04)

ブラックホールの
中の特異点も同じ？

§質量インフレーション: Mass Inflation

コーシーホライズンの安定性



Conformal diagram of charged BH

帯電しているブラックホール

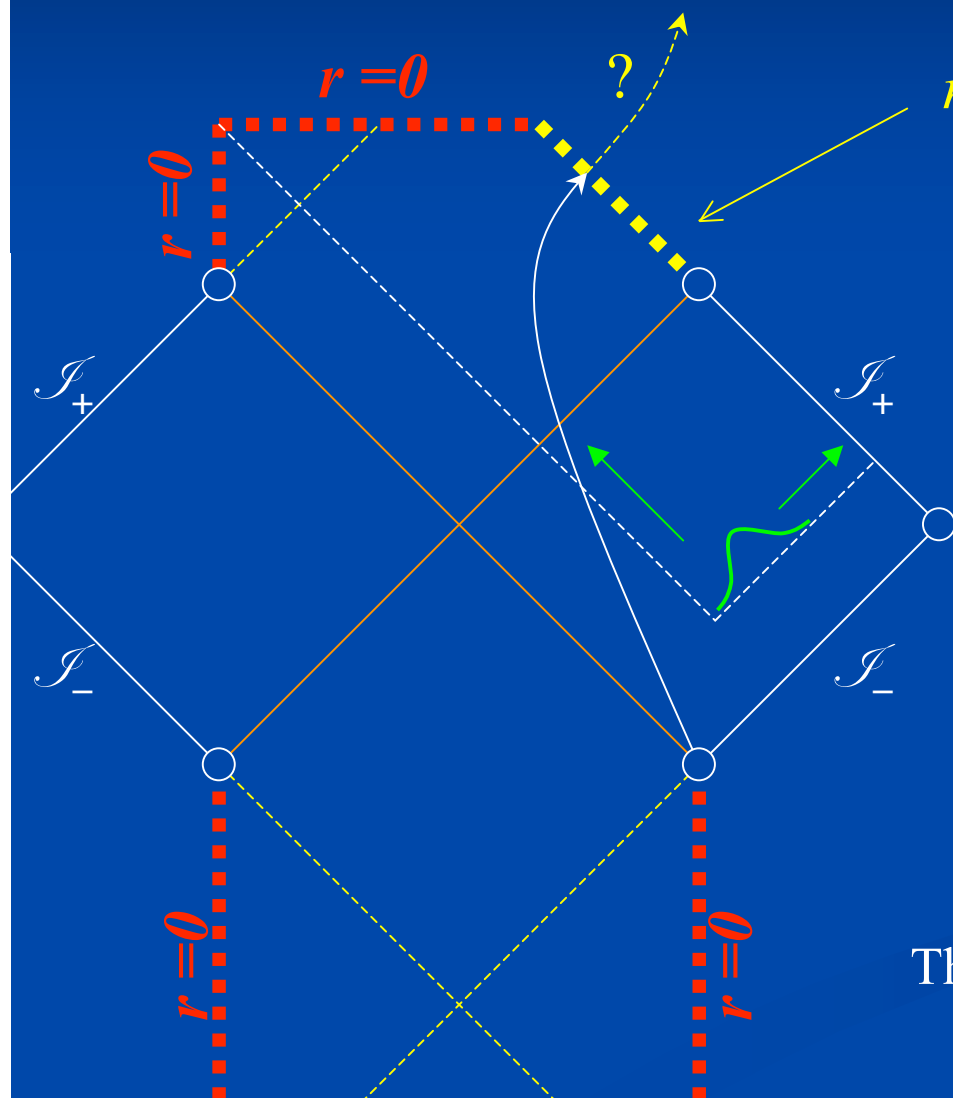
- J.M. McNamara (1978), ...:
Linear analysis
- Poisson & Israel (1989):
Non-linear perturbation
→ *mass inflation*
- Brady & Smith (1995), Burko (1997):
Numerical simulation
- Dafermos(2003):
Mathematically rigorous proof

回転しているブラックホール

- Ori (1992): *Non-linear perturbation*
→ *mass inflation*

質量インフレーション (result of Burko's simulation)

スカラー場を入射するとブラックホールの内部構造が変化する



$r \neq 0$

無限大の Misner-Sharp mass

= 無限大の Weyl tensor

しかし C^0 non-degenerate metric

= deformationally weak

強い身体を持った観測者は、
コーシー地平線の特異点を
通過できる

This has been exactly proven by Dafermos.

Null weak singularities は一般的か？

“3つの空間座標に依存する8つの任意関数に依存し、かつ光的な弱い特異点を持つ解のクラスが存在する”

Ori & Flanagan (1996)

重力場の自由度 (2×2) + 座標選択の自由度 (4) = 8

このクラスの解は有限だが大きすぎない摂動
に対して安定であろう

BKL 予想の反例

例：平坦な時空におけるスカラー場

一般解 = 2 arbitrary functions

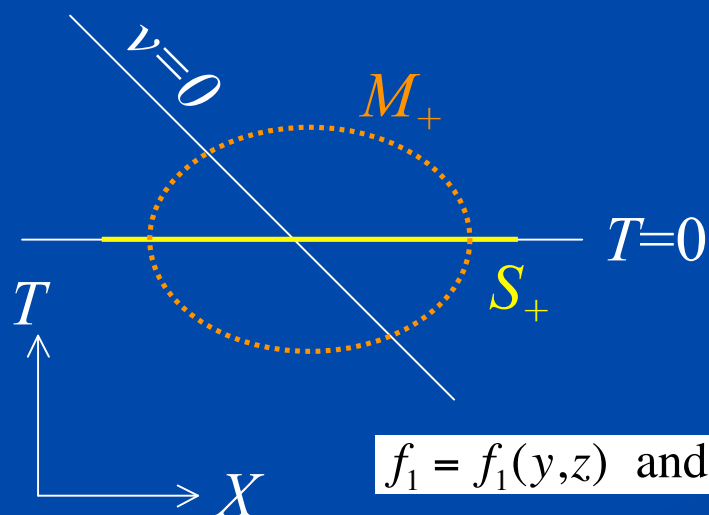
$$-4\partial_u\partial_v\phi + (\partial_y^2 + \partial_z^2)\phi = U(\phi)$$

Introduce $T=w+u$, $X=w-u$, where $w = v^{1/n}$ ($n \geq 3$ and odd)

$$\partial_T^2\phi = \partial_X^2\phi + n(T+X)^{n-1}(\partial_y^2\phi + \partial_z^2\phi - U(\phi))$$

For arbitrary **2 analytic functions** $f_1(X,y,z)$ and $f_2(X,y,z)$,
there is a unique analytic solution $\phi(T,X,y,z)$ in M_+ of
initial data $\phi = f_1$ and $\dot{\phi} = f_2$ on S_+ .

(Cauchy-Kowalewski theorem)



$$g^{\mu\nu}(\partial_\mu\phi)\partial_\nu\phi$$

$$= n^{-1}v^{-1+1/n}[-(\partial_T\phi)^2 + (\partial_X\phi)^2] + (\partial_y\phi)^2 + (\partial_z\phi)^2$$

$$\xrightarrow{v \rightarrow 0} \infty$$

$$f_1 = f_1(y,z) \text{ and } f_2 = 0$$

$v=0$ corresponds to the singularity

§ Discussion

宇宙検閲官仮説

◎ Strong version: 成立していないと言ってよさそう

- ・ BKL 予想も成立していなさそう

問題： Ori & Flanagan は一般相対論の場合の解析についての論文を出していない。

◎ Weak version: problematic

- ・ Weak versionが成立する条件を探している。 (Joshi, '02)

・ ホーキング効果でブラックホールが蒸発するのなら、weak versionに物理的な意味はあるのか？

・ 時空特異点ではなく、GRを超える新しい物理が観測できるのかが重要。

◎ Strong version: 成立していないと言ってよさそう

- ・ BKL 予想も成立していなさそう

問題 : Ori & Flanagan は一般相対論の場合の解析についての論文を出していない.