



場の量子論のすすめ

大阪市立大学・大学院理学研究科
糸山 浩司

<http://www.sci.osaka-cu.ac.jp/phys/mathsci/>

大昔から人間は目に見える自然現象を粒子と波動に分けて理解してきました。では、原子・分子の世界、あるいはもっと極微の目に見えない世界は粒子なのでしょうか、波動なのでしょうか。20世紀初頭の物理学者達はこのすばらしい推理小説に夢中になり、量子という二重人格者をつきとめたのです。そしてこの後には「力を媒介する粒子」という湯川秀樹の考え方に始まり今日の紐(弦)理論に至るスリリングな70数年の物語が待ち構えていました。この世界への入り口を少しでも早く見つけたい君達に講義します。

平成20年4月29日

於 大阪市立大学全学共通教育棟



目次

今日の私の話は自然に対する**微視的**立場から行う

- I) 目に見える物理(古典物理)における**場と粒子**
- II) “目に見えない”物理(量子物理)の**教義**
- III) **粒子＝波動の場の量子論的描像**
- IV) 湯川の末裔たちが現在やっていること

● 古典物理学

Newton, 1687, 自然哲学の
数学的原理(プリンキピア)
Maxwell, 1873, 電気磁気論

I)

i) Newton(古典)力学 ; 素材の従う法則

$$m\mathbf{a} = \mathbf{f}$$

アウトプット

加速度

力

環境が与えるインプット

• $\vec{x}(t)$

粒子 = 素材の理想化

ii) Maxwell(古典)電磁気学 ; 環境の従う法則



互いに影響を及ぼしあい、光の波(電磁波)を作り出す。

・引数の付き方に注意



iii) 余談 ; i) と ii) は極めて不仲、相容れない。
i) を修正するというEinsteinの提案(特殊相対論)
を自然はこよなく愛した。

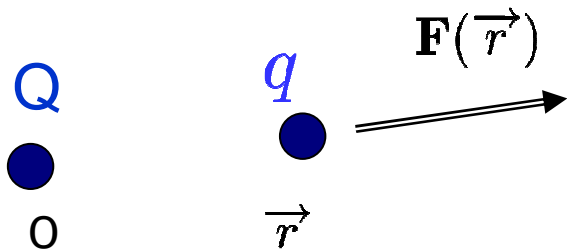
光速度 $c=3.0 \times 10^8$ [m/sec] は不変定数

i) の世界は $v / c \ll 1$ のとき近似的に成立

iv) i) , ii) の他に連続体(流体、弾性体)の力学、
これも場で考える。

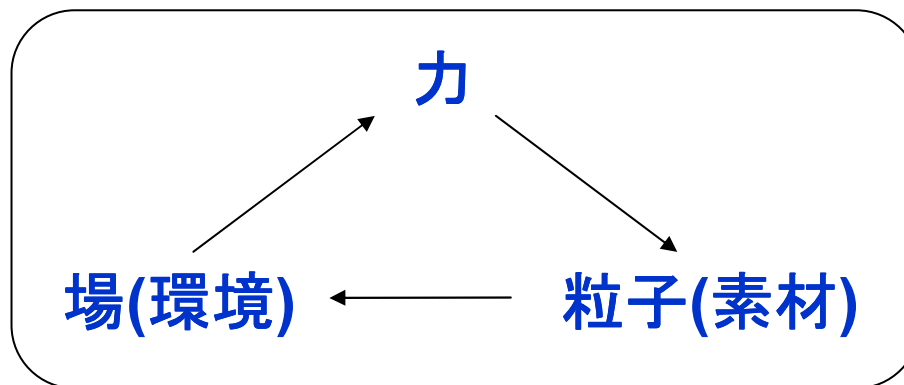
v) 逆もまた真 ; 素材は環境を作り出す。

例: 原点0に電荷Qがあるとき……位置 \vec{r} において
試験電荷 q が受けるクーロン力 $\mathbf{F}(\vec{r})$:



- Q が時間的に変動するとその効果は q に遅れて伝わる。
- Q の存在がまわりの空間を異なる状態にし、これが伝播していく。
- $\mathbf{F}(\vec{r}, t) \equiv q \mathbf{E}(\vec{r}, t)$

三位一体



お互いがお互いを規定する




今までの話をまとめると、

古典論は「粒子」と「場」の2本立て

粒子系の定義： 空間内のいくつかの点に物理的性質が
確定したものが集中的に存在する系

粒子系に対する法則：これらの点は時間とともにどう位置を変えて
いくかに答える



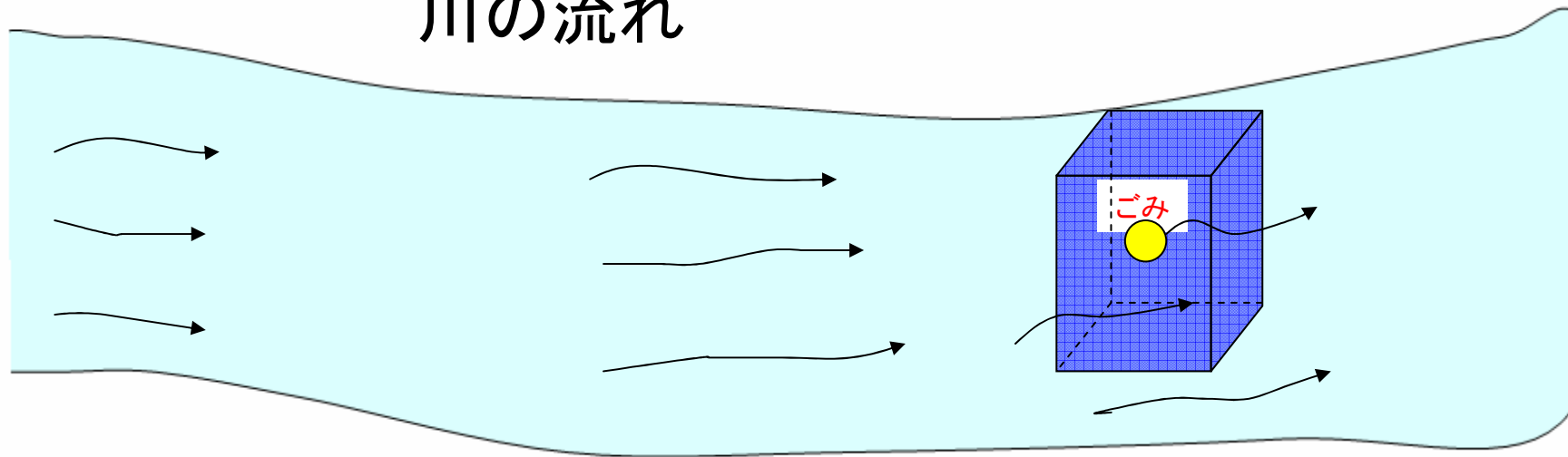
場の定義: 空間の各点各点での物理量の分布。
物理量ごとに別の場を導入。

場の法則: 物理量が各点各点で時間とともにどう変動して
いくかに答える。

最初は媒質中での物理現象で確立。 例: 音波・流体の場
後に媒質なしの空間でも確認。(電磁波)

vi) 粒子か場かは立場の違い (古典物理、媒質中)

川の流れ



- ・ 1個の流体粒子に色をつけ(ごみ)、それを追いかける。

$$\Rightarrow \vec{x}(t) \text{ あるいは } \vec{v}(t)$$

- ・ 空間に固定された微小領域に目を固定し、速度分布を調べる。

$$\Rightarrow \vec{v}(x, t) \quad \text{速度ベクトル場}$$

量子物理学

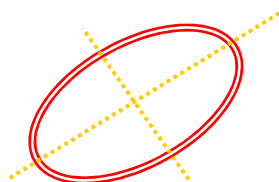
「いい虫めがねがあればすべてよくわかるというわけではない」

E と **B** を一挙に詳しく測ることができない。

コペンハーゲン教義；

・素材の属性(物理量) と 世の中の状態

記法



楕円(体)



ベクトル


一般には違った
方向をむいている

は別物と考えよ。

・人間は  を直接測らない。

・繰り返し実験を行うことを前提、測定結果を確率として予言。

・Planck定数 $h = 6.63 \times 10^{(-34)} [J \cdot s]$ を
基本定数として導入



先取りして言うと

● 粒子＝波動 を実現する 2つの道筋

その1) 学部の講義

量子力学

i) において電子を複素数値をとる波動とみなす。

⇒ 多粒子系へ

その2) 今日の話の立場

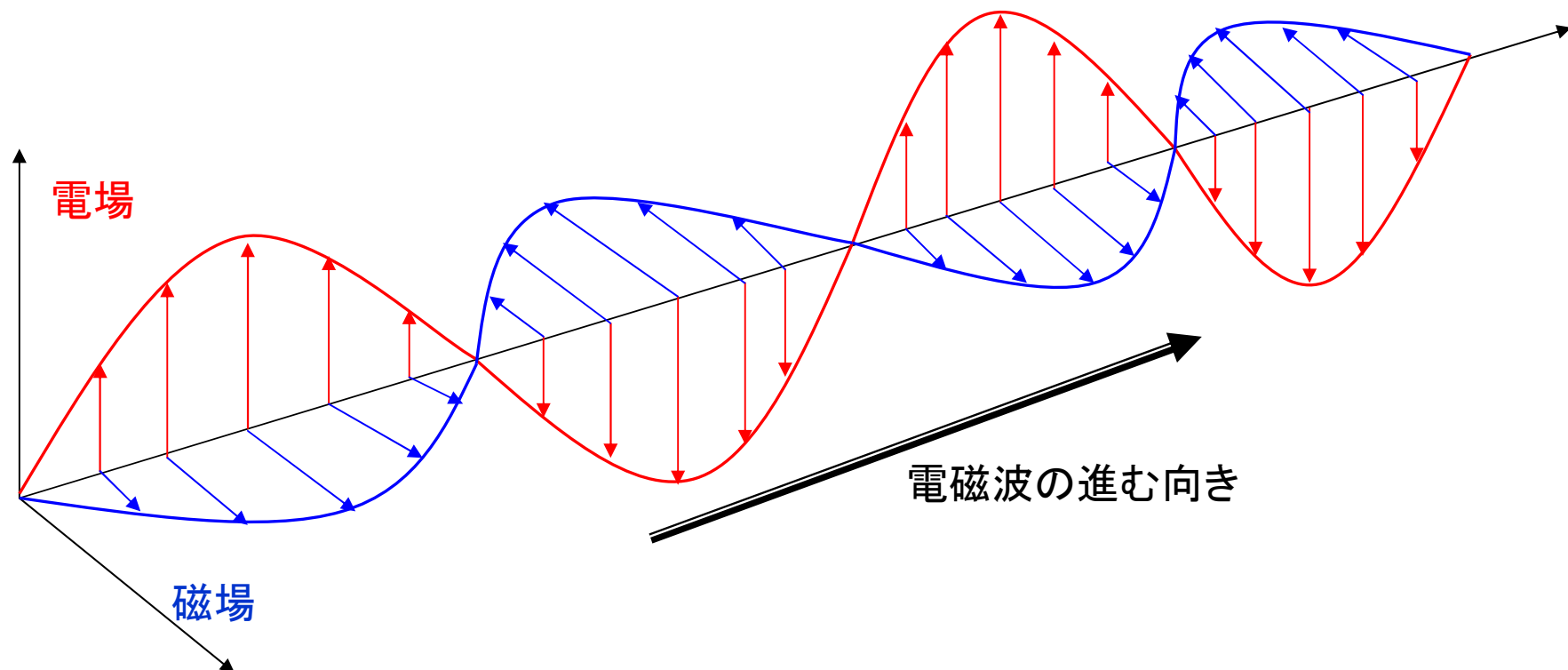
場の量子論

ii) において電磁場をエネルギーのかたまりと見なす。

⇒ 電子等の物質も場から考える。

(1) ことのおこり 光とは何か

- 干渉、回折現象(位相差)が観測されている。
- 古典論としては電磁場の方程式の解として得られる進行波。



● 空洞輻射のエネルギーの問題

当時の理論

- 壁の中の電磁場は限りなく高い振動数の定常波の重ね合わせ
- エネルギー等分配則

⇒ 温度1° 上げるのに必要なエネルギーは

$$(*) = k_B \Delta T \quad (\text{自由度の数}) = \infty \quad \therefore \text{矛盾}$$

|| ||
1 ∞

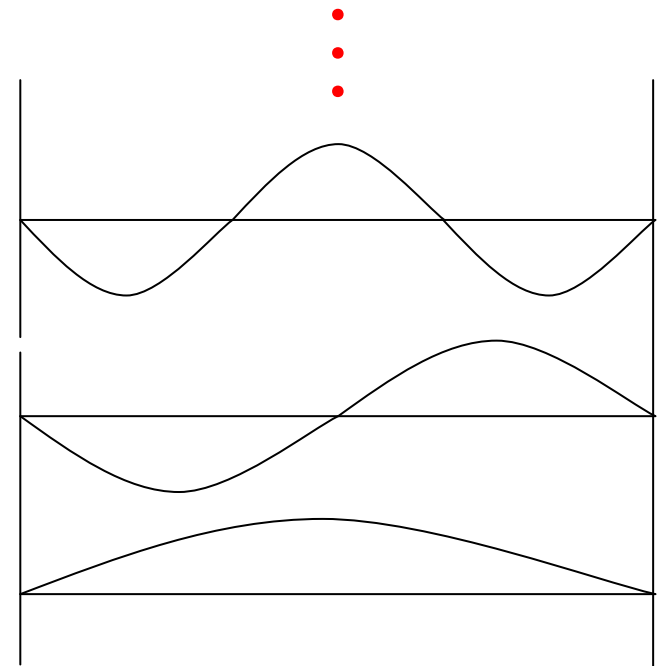
$$k_B: 1.38 \times 10^{-23} \text{ J / K}$$



実際には

低温では赤い光、高温では青→白く見える。

鉄を溶かす
溶鉱炉の中を見ると……



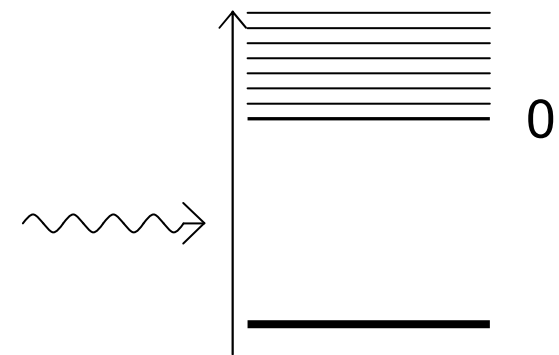
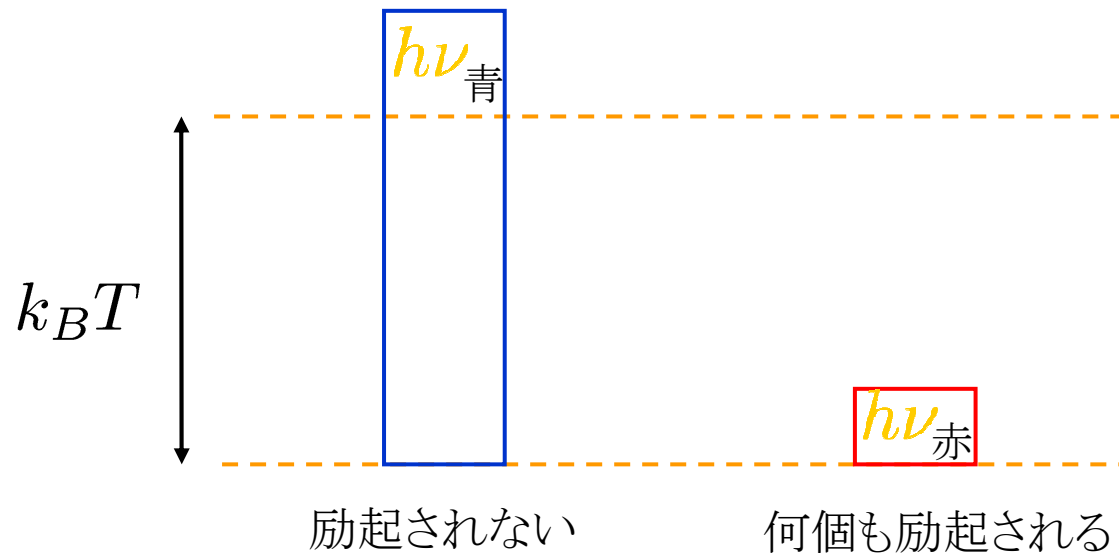
● 光電効果

光を金属に当てると電子が飛び出す。飛び出す電子のエネルギーは光の強度には関係しない。光を波動と見る立場では説明できない。

⇒ 光 = 色によって定まるエネルギーのかたまり、

素量(Planck, Einstein) $h\nu$

● 問題の解決策



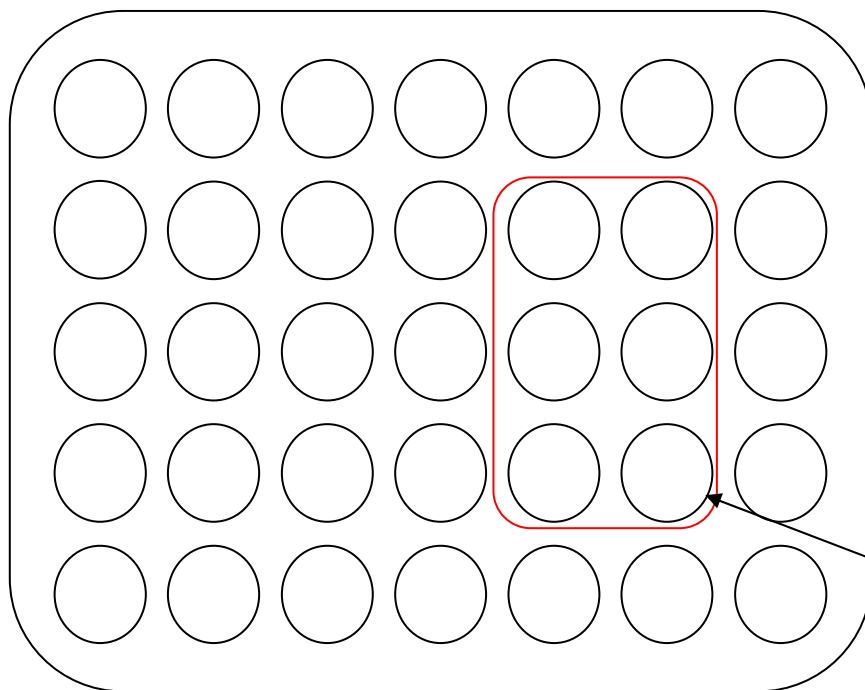
∴ (*) = 有限

(2) 光はある時は位相差として観測され、
ある時はエネルギーのかたまりとして観測されるという
事実をどう(数学的に)考えるか \implies 場の量子論

・イメージを高めるために

電光掲示板

パネル

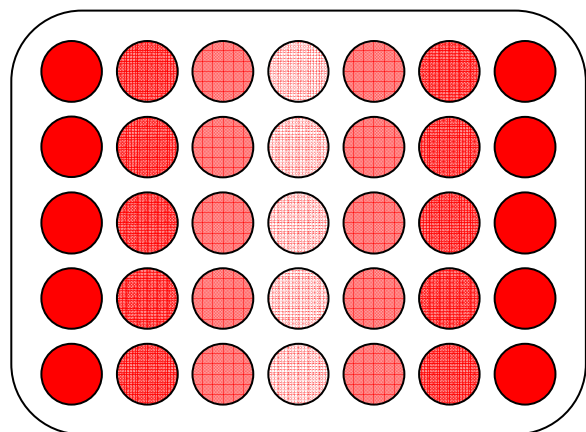


を用意する。 **思考実験**

微小領域だが十分たくさん
豆電球がある。

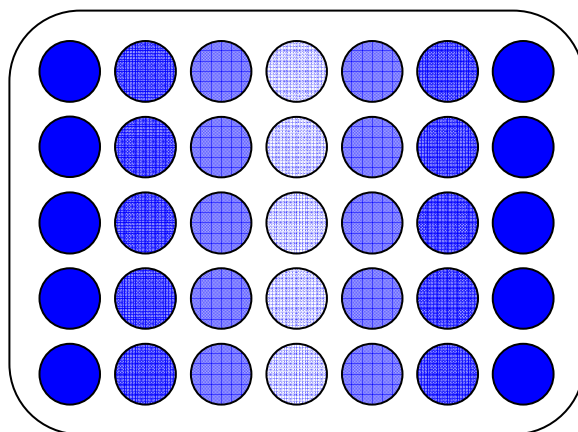
- ・電光掲示板はいくつもパネルを持っていて、いつでも人間の意志によりどれかを選ぶことができる(模様替え)

電場パネル



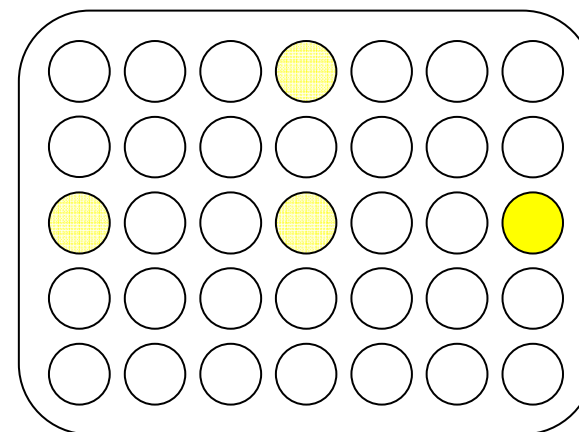
赤の濃淡

磁場パネル



青の濃淡

エネルギーパネル



黄の点滅

“光源”を変えずに“パネル”だけ変えて
この様なことが**原理的に(目に見えない世界で)**ありうるか

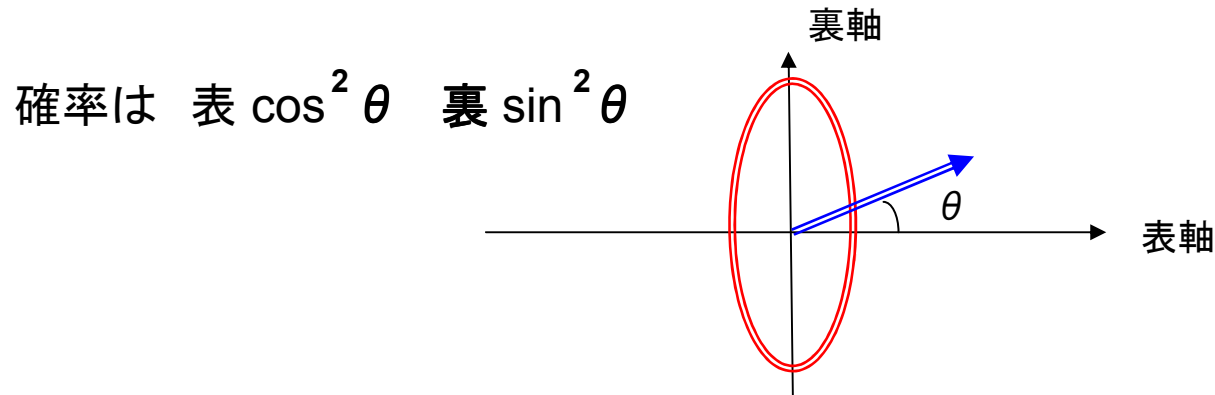
● 本番に行く前にトイモデル ; コイントス

- ・ルール ; 表が出れば9万円ゲット
裏が出れば1万円ゲット
表・裏が出る確率は神が定める。

・ルールから

(単位ベクトル、楕円)への翻訳 ; 横軸の長さ = $2 \cdot \frac{1}{\sqrt{9}}$
縦軸の長さ = $2 \cdot \frac{1}{\sqrt{1}}$

にとり楕円を書く。



一般には楕円も傾いている。

リセットルール ; 同じコインを使ってトスを続けると2回以後は1回目と同じ結果しか出ない。

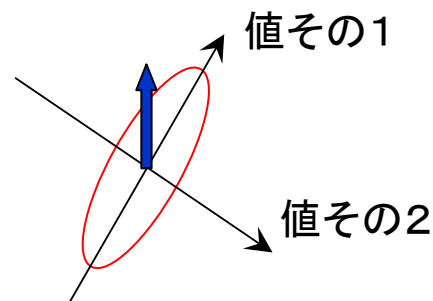
⇒ 単位ベクトルは表(あるいは裏)軸に向きかえた。
翻訳

● 構成(ルール)

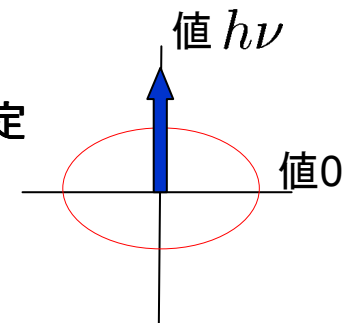
- 微小領域での世の中の状態を(単位)ベクトルで表す。
- 物理量(電場、磁場、エネルギー等)ごとに楕円体を導入し、各微小領域に置く。
その物理量のとる値 $A = \frac{1}{\sqrt{\text{主軸Aの長さ}}}$ とする。
- (ベクトルの主軸Aへの射影)² = 値Aが得られる確率
- 1回の測定後、ベクトルはどれかの主軸方向に向きを変える。(リセット)

例

ある微小領域での
電場の測定
E



振動数 ν の
エネルギー測定



⇒ 光子1個あった

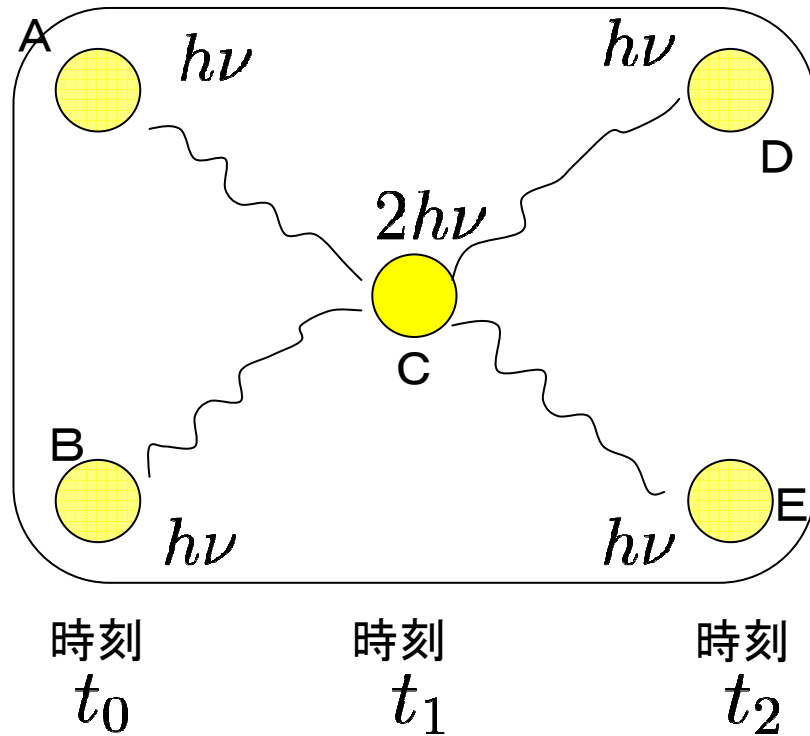


● 詳しい説明

- ・電場の測定ばかり各点で行えば電場の楕円体の従う法則(方程式)により光は波動として観測される。
- ・エネルギーの測定ばかり各点で行えば $h\nu$ というエネルギーのかたまりが何個あるかを観測する。(エネルギーパネルの点滅)
- ・電場の楕円体の主軸の方向とエネルギーの楕円体の主軸の方向とは一致しない。よって両方を「同時に測定することはできない。」
従って波動性と粒子性の間に矛盾は生じない。
- ・「同時に測定することはできない」
＝ ベクトルを両方の楕円体の主軸方向に向けることはできない。

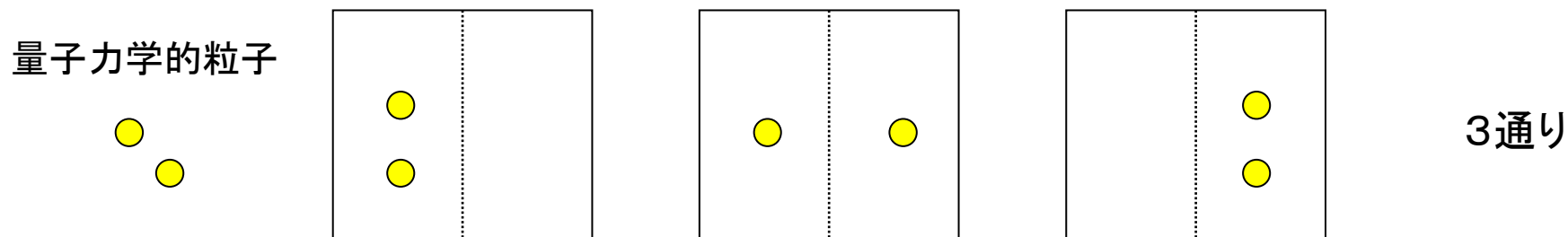
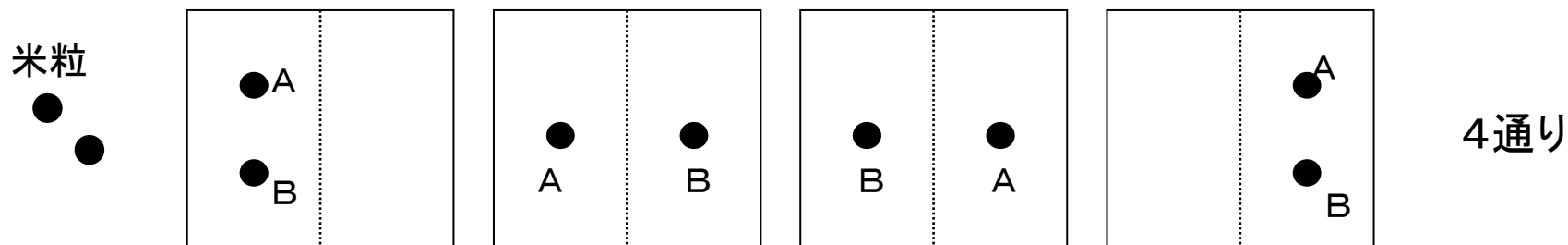
(3) 量子力学的粒子の同種性

- ・電光掲示板(エネルギーパネル)に戻って



点滅が順次起こっているだけなので
Dで観測された粒子がAからきたのか
Bから来たのか問うのは無意味

- こんな粒子2つを温度 T の箱に閉じ込め、自由に運動させる。
左側半分にいるか、右側半分にいるかで場合分けして、場合の数を数えよう。



実際場の量子論では

$$\frac{1}{1-x} \cdot \frac{1}{1-x} = \frac{1}{(1-x)^2}$$

$$(1+x+x^2+\dots)(1+x+x^2+\dots) = 1+2x+3x^2+\dots$$

||
||
||

1 + 2x + 3x² + ...

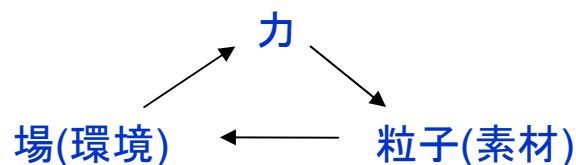
ボーズ統計 $x = e^{-\frac{h\nu}{kT}}$

3通りが正しい

(4) 湯川秀樹が考えたこと

2つの標語

・三位一体



・今の立場では物質も場から考える

・電磁場と光子 (photon)

「力が存在すれば、これは量子論的粒子を交換することにより導き出せる。」

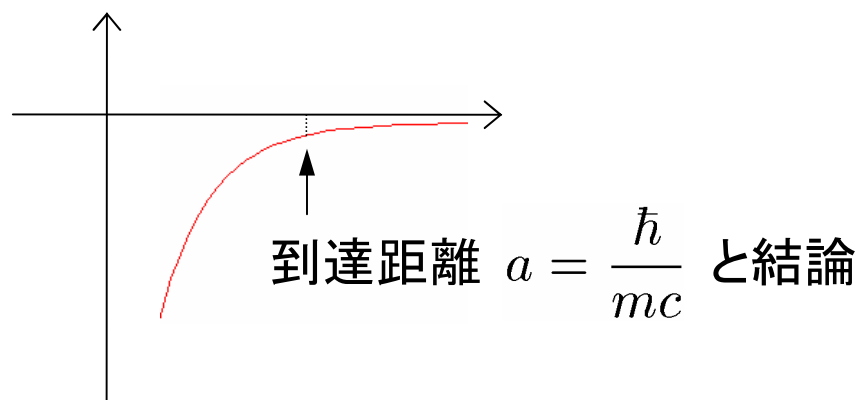
・核子(陽子と中性子を総称してこう呼ぶ)間に働く強い力に適用。
当時、核力の到達距離は $a=1.4 \times 10^{-13}$ cmであることが知られていた。

π 中間子という素粒子の存在とその質量を予言。
この力は現在ではクォーク間に働く力として理解されている。

内容 ・湯川は π 中間子(質量 m とする) に対する場を導入し、これを用いて相互作用のエネルギー、つまり強い力に対するポテンシャルを与える“楕円体” $\hat{H}_{\text{湯川}}$ を与えた。

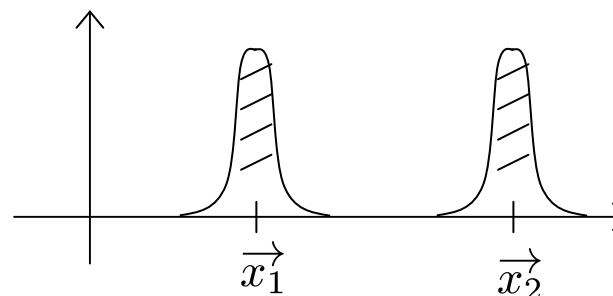
結果

$\hat{H}_{\text{湯川}}$ のとる値



$$\therefore mc^2 = \frac{\hbar c}{a} = \frac{197[\text{Mev} \cdot \text{fm}]}{1.4[\text{fm}]} \approx 140[\text{Mev}]$$

核子の分布



$$f_m = 10^{-15}[\text{m}]$$

$$\text{MeV} = 10^6[\text{eV}]$$

$$\begin{aligned} \text{eV} &= \text{電子ボルト} \\ &= 1.60 \times 10^{-19}[\text{J}] \end{aligned}$$

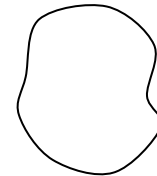
● 量子論的粒子ではなく紐(弦)を量子化しよう

IV)

大きさ 10^{-33} cm程度



の1つのモードとして
電子などの物質と光子がある。

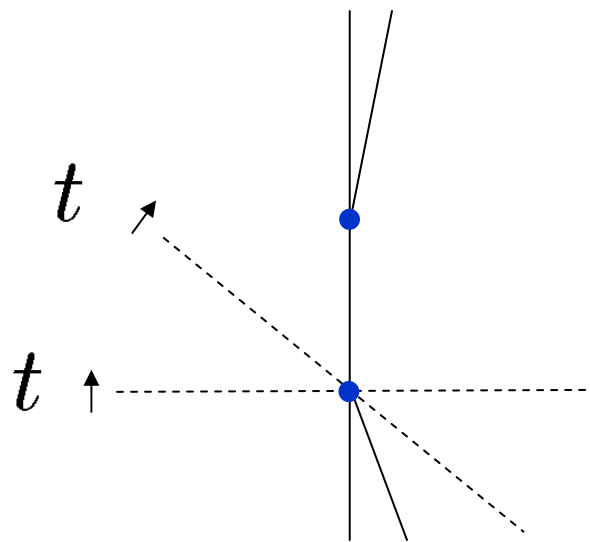


の1つのモードとして
重力子
つまり時空のゆらぎがある。

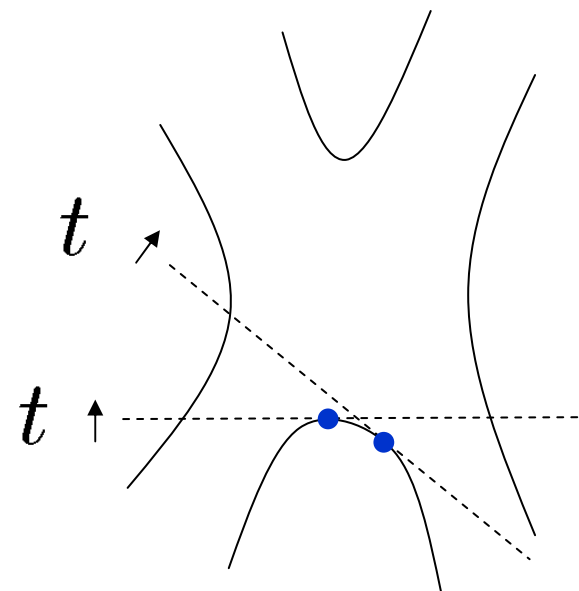
● Q : 何故紐でなければならないか。

A : 量子論により粒子の概念は刷新された。
粒子同士の相互作用はいまだ刷新されず
紐はこれを実行する。


散乱の模式的な図



相互作用は
確定した点で生じる



不確定



● 真空のゆらぎの問題

- ・光子 (photon) の数が0といっても、その後に電場や磁場を測るとそれらは0ではない。
- ・測定にかからないと思っていたのでずっと無視していた。最近宇宙の観測が進み、真空のエネルギーが0でない小さな値であることが判ってきた(ダークエネルギー)。超対称性をもつ紐を用いると0にはできるがどうやって小さい値になるのかわからない。



- 21世紀の弦理論のアイデア

- 引数をもたない変数 M (行列) の導入。

$$\cancel{\vec{x}(t)} \quad \cancel{\mathbf{E}(\vec{x}, t)}$$

我々の時空及び素粒子のモデルを生成しよう。

- 重力は残留力だろう。