

宇宙論プローブとしての 連星系重力波

京都大学 基礎物理学研究所
西澤篤志

2012年6月23日
関西相対論・宇宙論合同セミナー

目次



1. イントロダクション
2. “標準的”な標準音源による宇宙膨張測定
3. 標準音源で宇宙の非一様性を測る
4. 赤方偏移を必要としない標準音源
5. まとめ



1. イントロダクション

2. “標準的”な標準音源による宇宙膨張測定

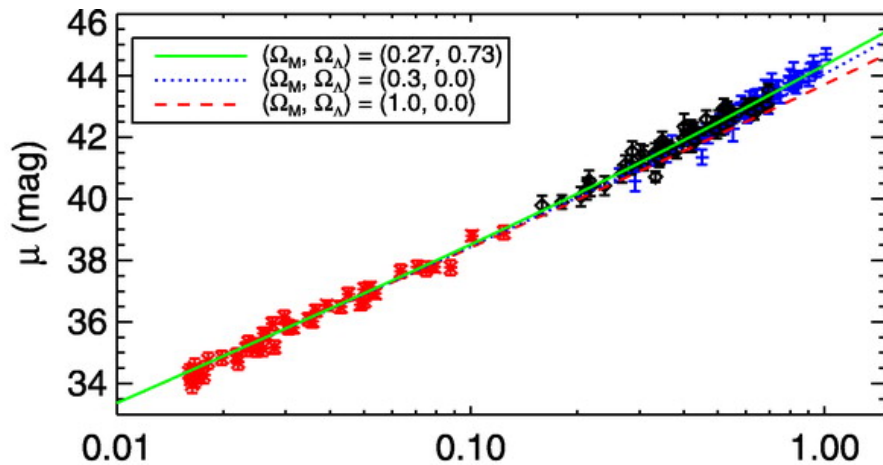
3. 標準音源で宇宙の非一様性を測る

4. 赤方偏移を必要としない標準音源

5. まとめ

標準光源 (standard candle)

[Wood-Vasey et al. 2007]



Ia 型超新星爆発

経験的に絶対光度が分かっている
ので、光度距離が分かる

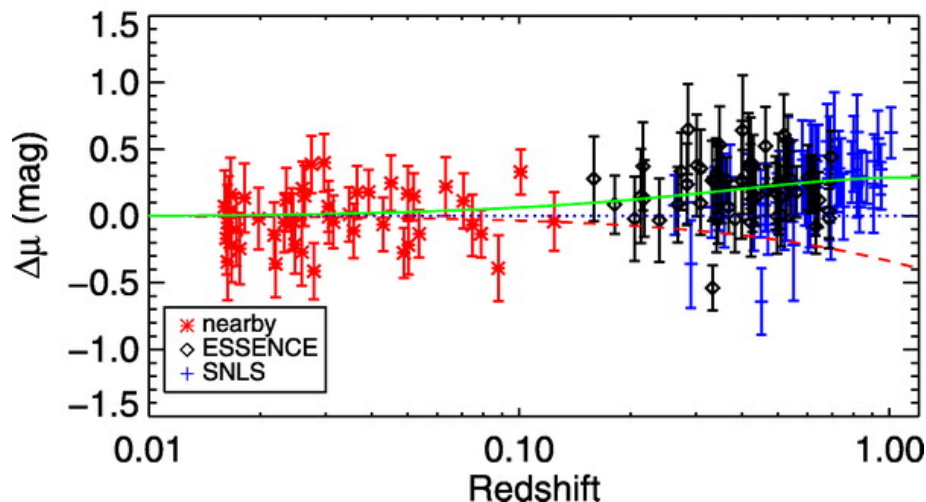
標準光源 (Standard candle)



宇宙は加速膨張している
(ダークエネルギーの存在)

系統誤差 (~10%)

- 光度の分散
- ダストによる減光
- SN の進化

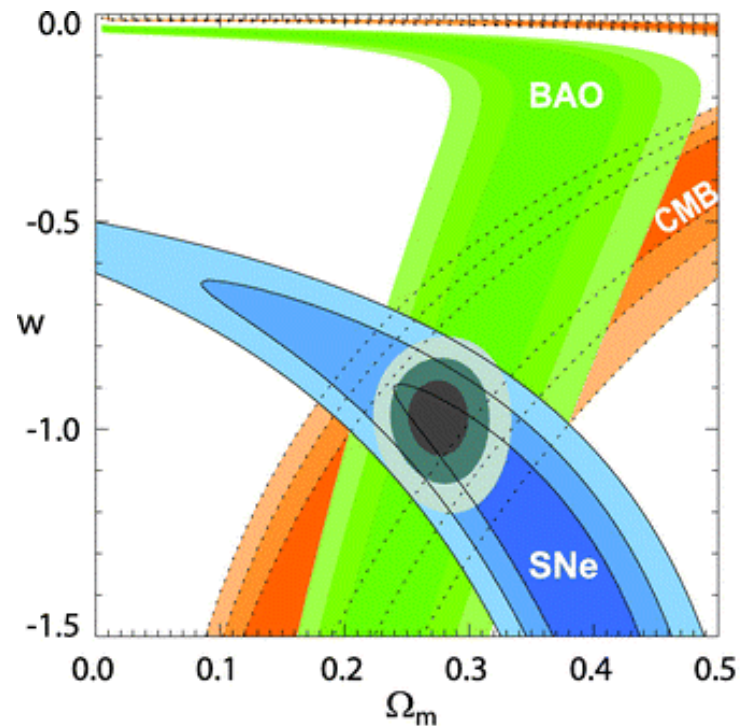


ダークエネルギーへの制限

[Kowalski+ 2008]

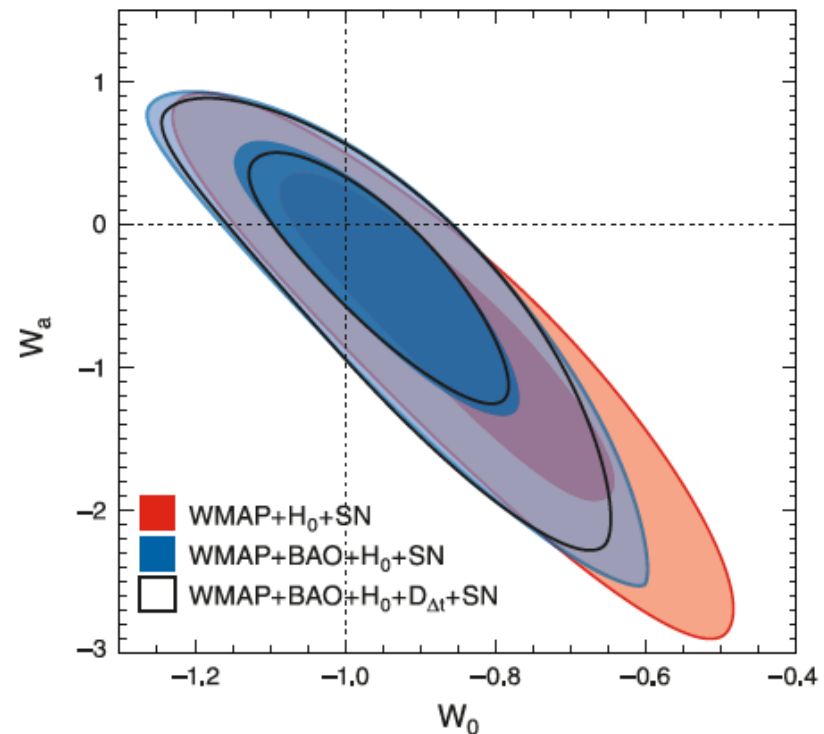
$$p = w\rho \quad (w \text{ は定数})$$

平坦宇宙を仮定



[WMAP7: Komatsu+ 2010]

$$w(z) = w_0 + w_1 \frac{z}{1+z}$$



DEの時間変化を決めるのは難しい。
理論モデルを区別するには 10%以下の精度が必要。

標準音源 (standard siren)

[Schutz 1986, Holz & Hughes 2005]

連星系からの重力波

$$M_c = \frac{(m_1 m_2)^{3/5}}{(m_1 + m_2)^{1/5}}$$

$$\dot{f}(t) \propto [(1+z)M_c]^{5/3} f^{11/3},$$

$$h_{+ \times}(t) \propto \frac{[(1+z)M_c]^{5/3} f^{2/3}}{D_L},$$

観測データより $h_{+ \times}, f, \dot{f}$ が分かる



$M_z \equiv (1+z)M_c$ が分かる



D_L : 光度距離が決まる

赤方偏移は不定 (遠くの軽い連星? or 近くの重い連星?)

- 電磁波の観測からホスト銀河 (赤方偏移) が分かれば、 M_c も決まる
- 重力波によるハッブル図 (z, d_L) が書け、宇宙膨張測定が可能 (距離梯子は必要無い。標準光源としての SNe の検証。)

標準音源として利用出来るためには (1)

▶ ホスト銀河は特定する必要がある

標準音源として利用するには z を決める事が必須

• 電磁波の counterpart を観測する

counterpart の観測からソースの方向や z を決定できる。
しかし、観測できるかどうかモデルに依る。不定性あり。
(e.g. SGRB, SMBH への物質降着)

• 重力波検出器でホスト銀河候補を1つに特定する

$$\text{角度分解能} \propto \frac{\lambda}{d}$$

次世代地上検出器の場合、候補銀河の数は ~ 100 at 100 Mpc になる
[Nuttall+ (2010)]

LISA の場合、小さな赤方偏移 ($z < 0.55$) までならおそらく可能
[Arun+ (2007)]

DECIGO/BBO の場合、大きな赤方偏移まで可能
[Cutler & Holz (2009)]

標準音源として利用出来るためには (2)

観測できる距離が大きい

宇宙膨張を測るにはある程度遠方まで観測できる必要あり。
また、ダークエネルギーの時間変化を調べるには
少なくとも $z \sim 1.5$ までは観測したい。

地上検出器ネットワークでは、 ~ 300 Mpc

LISA, DECIGO では、 $z \sim 0(10)$

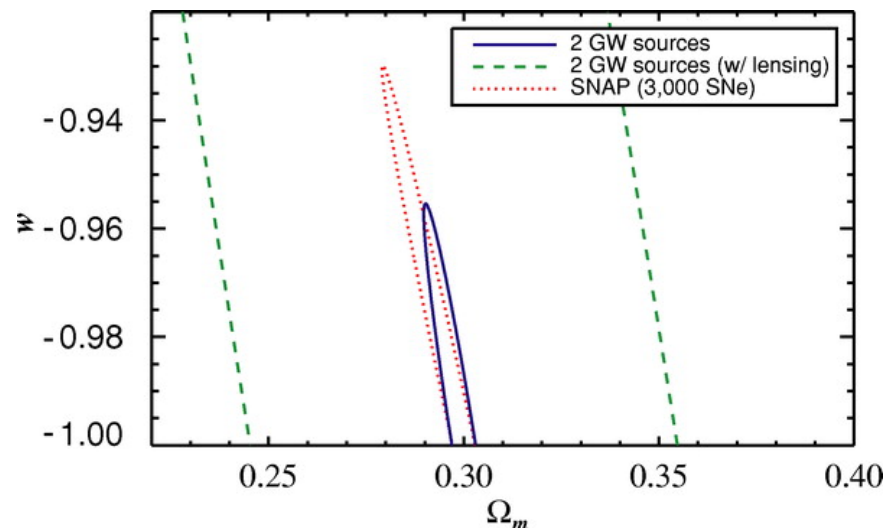
観測イベント数が多い

弱い重力レンズ効果は
光度距離の統計誤差となる。
ソースが遠くにあり、
イベント数が少ないほど
大きく寄与する。

$$\sigma_{\text{lensing}}(z) = 0.044z$$

[Holz & Linder 2005]


LISA の場合 (ソース @ $z=1$ & 3)



標準音源の観測に適した検出器

EM counterpart があれば OK

検出器	ホスト銀河の特定	イベント数 (対 lensing error)	観測できる距離
aLIGO, aVIRGO, KAGRA,	✗ 銀河カタログ で絞り込む(?)	○ NS 連星 ~ 10	✗ ~ 300 Mpc
LISA	△ low z でのみ 可能	✗ SMBH 連星 several ~50	○ z ~ 10
DECIGO, BBO	○ ほぼ全ての z で可能	○ NS 連星 ~ 10 ⁶	○ z ~ 40

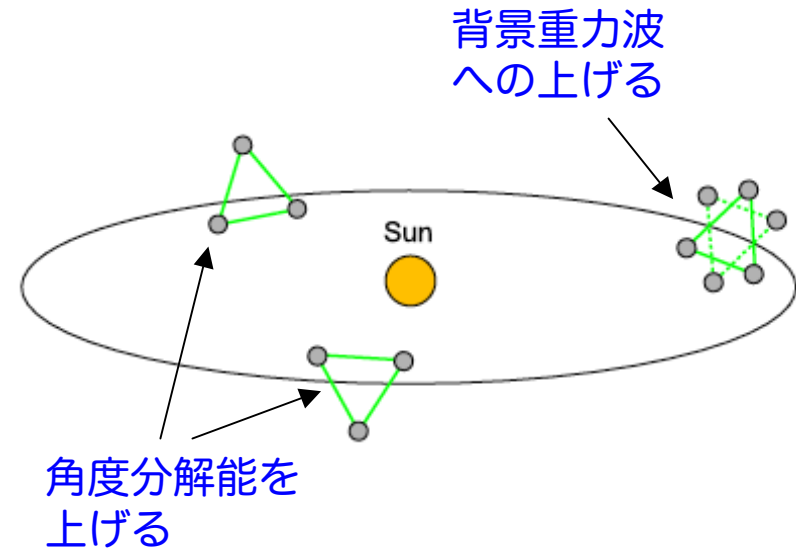
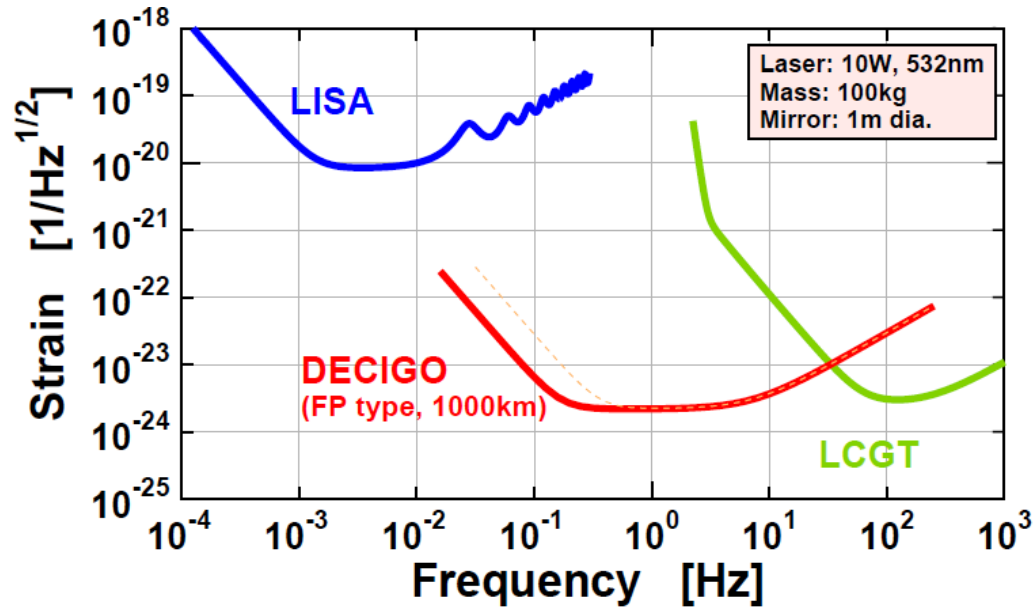
- 
1. イントロダクション
 2. “標準的”な標準音源による宇宙膨張測定
 3. 標準音源で宇宙の非一様性を測る
 4. 赤方偏移を必要としない標準音源
 5. まとめ

DECIGO 計画

Deci-hertz Interferometer Gravitational wave Observatory

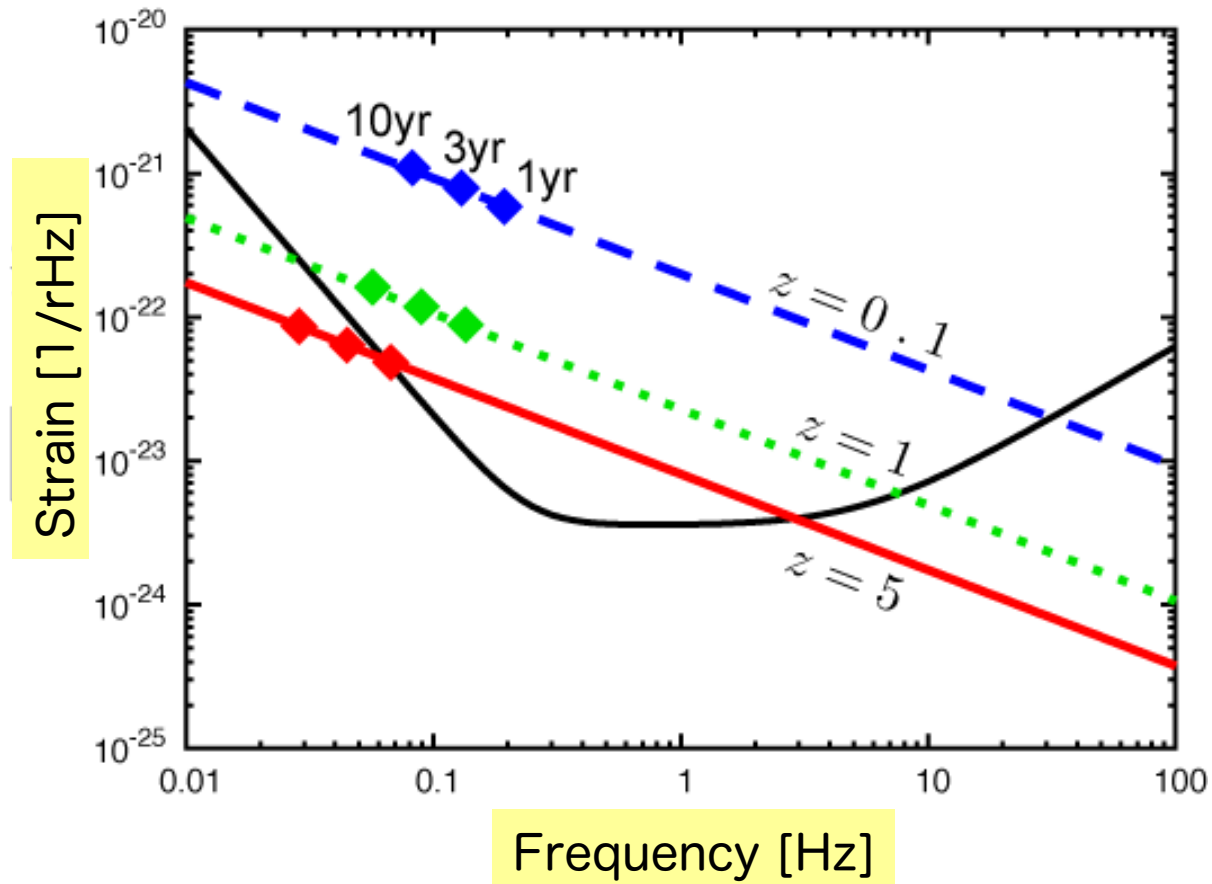
ターゲット重力波源

- NS連星
- 中間質量BH の連星・合体
- インフレーション起源の背景重力波



- 2027年-
- 光共振器を利用
- 干渉計3台 (1クラスター)
- 4クラスター
- アーム長: 1000 km
- フィネス 10

DECIGO で観測される中性子連星



$z=0.1$
 $z=1$
 $z=10$



$S/N \sim 700$
 ~ 80
 ~ 20

NS 連星さえ存在して
 いれば、ほとんどが
 DECIGO で観測される

NS 連星の z 分布

NS 連星合体率 [$\text{Mpc}^{-3} \text{yr}^{-1}$]

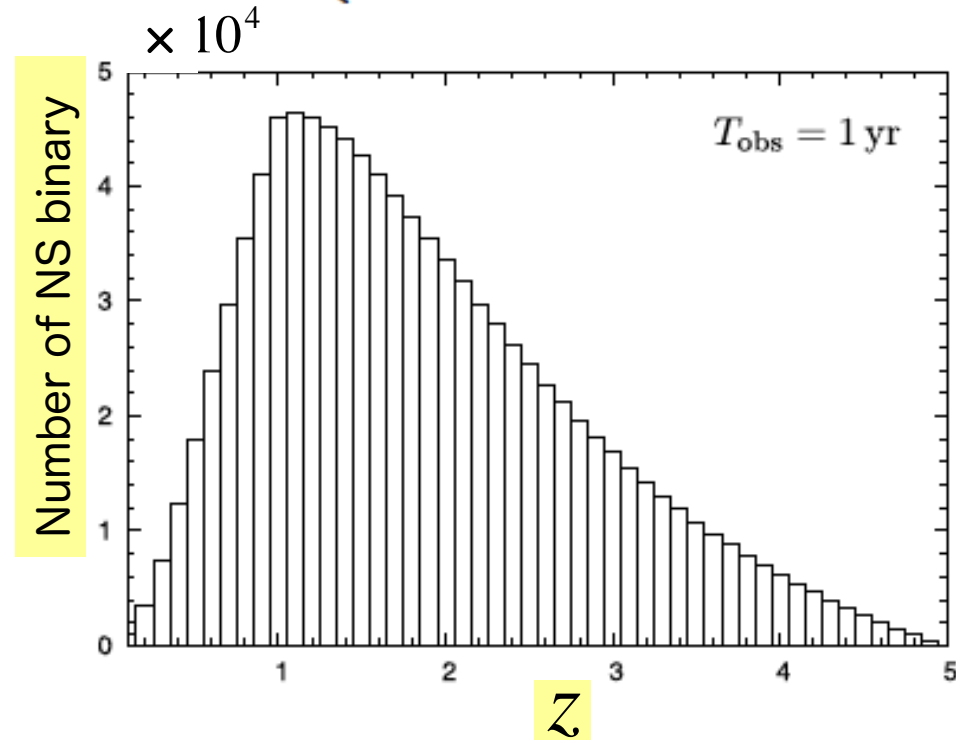
Schneider+ 2001 の結果を
線形フィッティング

[Cutler & Holz 2009]

DECIGO で観測される
NS 連星の合体イベント数

$z \sim 5$ までの $\sim 10^6$ 個の
NS連星が高い SNR で
観測可能

$$\dot{n}(z) = \dot{n}_0 r(z),$$
$$r(z) = \begin{cases} 1 + 2z & (z \leq 1) \\ \frac{3}{4}(5 - z) & (1 < z \leq 5) \\ 0 & (5 < z) \end{cases}$$

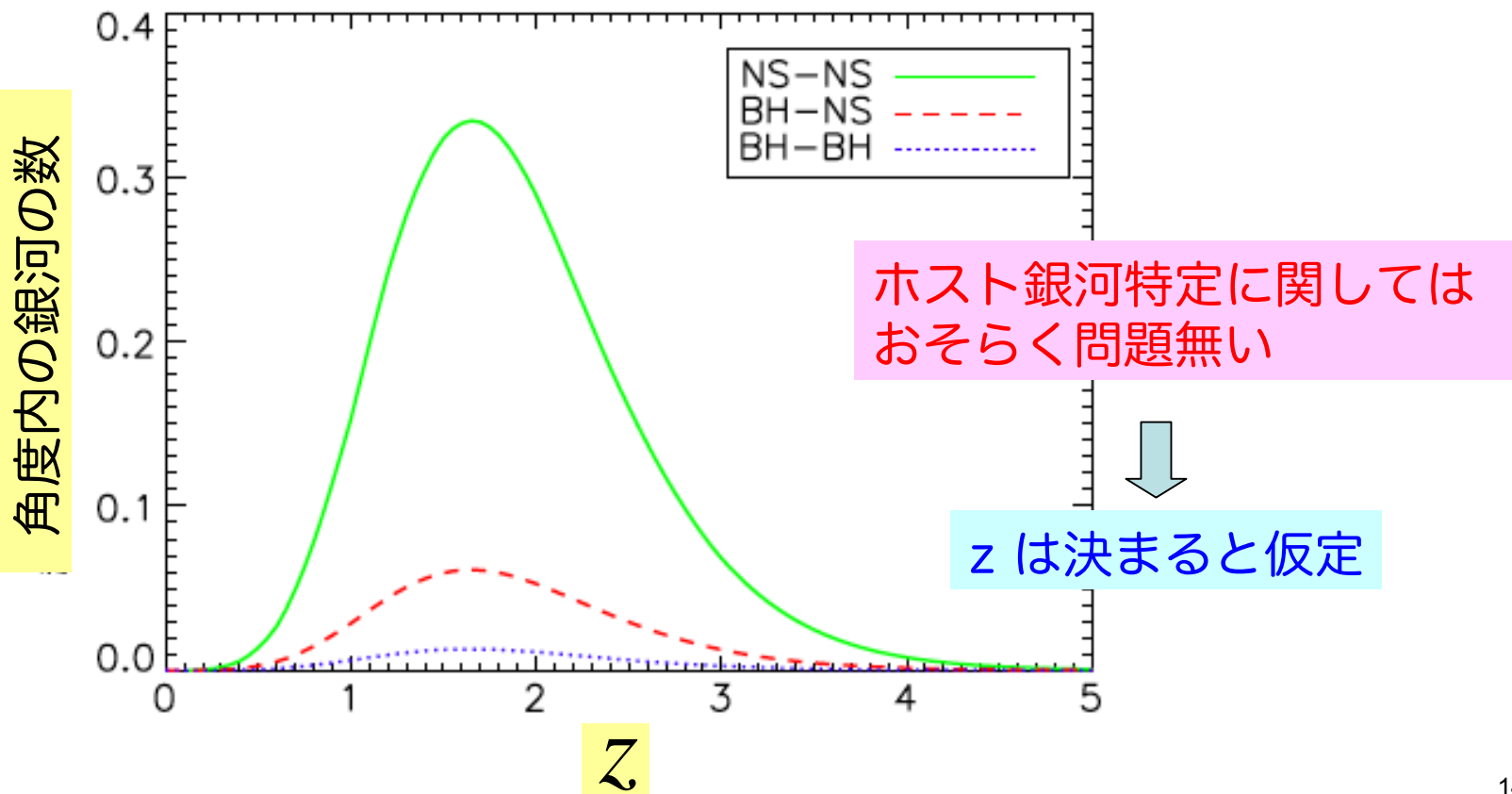


ホスト銀河の特定

[Cutler & Holz 2009]

BBO の場合、角度分解能 1 - 100 秒角平方

Hubble Ultra Deep Field $dN/d\Omega = 1,000$ galaxies/arcmin²



解析方法 (1)

フィッシャー情報行列によってパラメータ推定を行う。

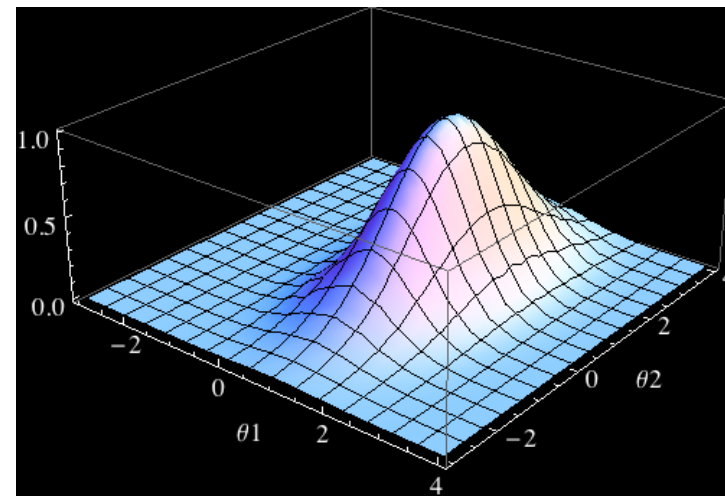
内積を定義
$$(h_1|h_2) \equiv 2 \int_0^\infty \frac{\tilde{h}_1^*(f)\tilde{h}_2(f) + \tilde{h}_1(f)\tilde{h}_2^*(f)}{S_h(f)} df .$$

尤度関数
$$p(\boldsymbol{\theta}|s) = p^{(0)}(\boldsymbol{\theta}) \exp\left[-\frac{1}{2}\Gamma_{ab}\Delta\theta^a\Delta\theta^b\right].$$

フィッシャー情報行列
$$\Gamma_{ab} = \left(\frac{\partial h}{\partial\theta^a} \middle| \frac{\partial h}{\partial\theta^b}\right)$$

パラメータ決定精度

$$\Delta\theta^a = \sqrt{\Sigma^{aa}}, \quad \Sigma = \Gamma^{-1}$$



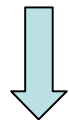
解析方法 (2)

重力波波形 (1.5 PN, スピン無し)

$$\tilde{h}(f) = \frac{A}{d_L(z)} M_z^{5/6} f^{-7/6} e^{i\Psi(f)}$$

$$\Psi(f) = 2\pi f t_c - \phi_c - \frac{\pi}{4} + \frac{3}{128} (\pi M_z f)^{-5/3} \\ \times \left[1 + \frac{20}{9} \left(\frac{743}{336} + \frac{11}{4} \eta \right) \eta^{-2/5} (\pi M_z f)^{2/3} - 16\pi \eta^{-3/5} (\pi M_z f) \right]$$

フィッシャー解析



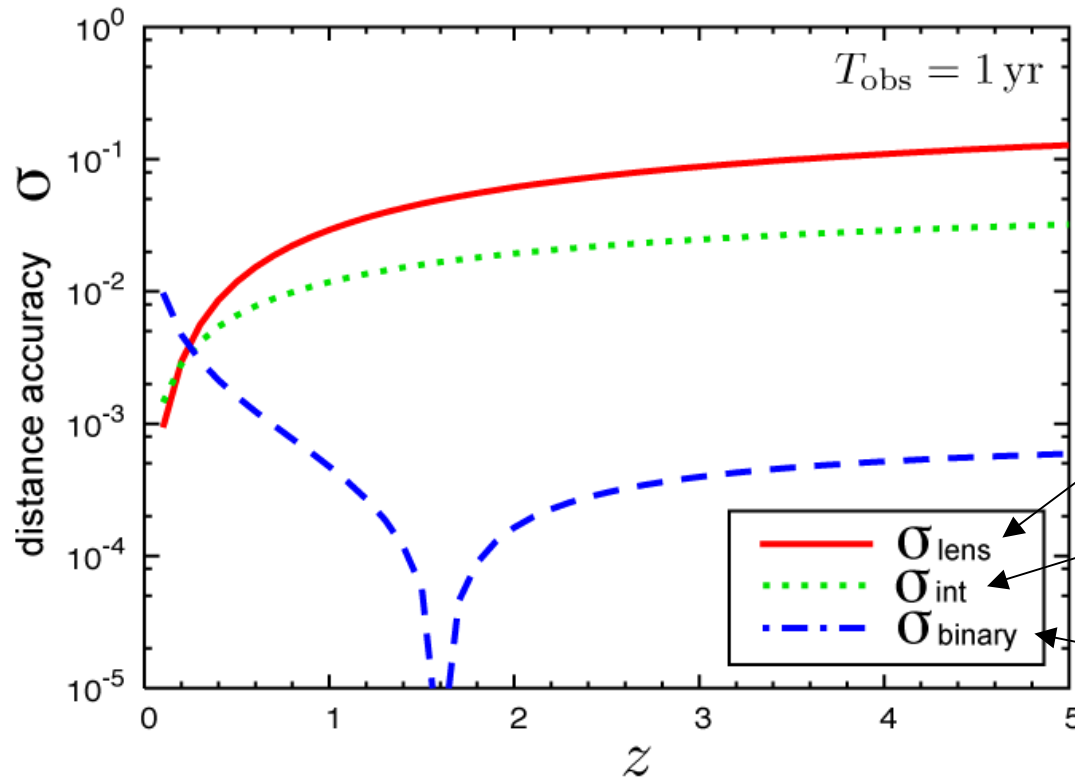
d_L の決定精度

$$\left(\begin{array}{l} \text{フリーパラメータ} \quad M_z, \eta, t_c, \phi_c, d_L \\ \text{NS 連星} \quad m_1 = m_2 = 1.4 M_{sun} \\ \text{基準となる宇宙論モデル} \\ w_0 = -1, w_1 = 0.1, \Omega_m = 0.3, h_0 = 0.7 \end{array} \right)$$

光度距離の測定精度

一つの NS 連星に対して

$$\left[\frac{\Delta d_L^{(0)}(z)}{d_L^{(0)}(z)} \right]^2 = \sigma_{\text{int}}^2(z) + \sigma_{\text{lens}}^2(z) + \sigma_{\text{binary}}^2(z)$$



ほとんどの z に対して
距離決定精度は
lensing による誤差で
制限される

重力レンズ誤差

検出器の観測誤差

連星の特異速度誤差
(300km/s)

ランダムエラーは複数の連星を観測することで減らせる

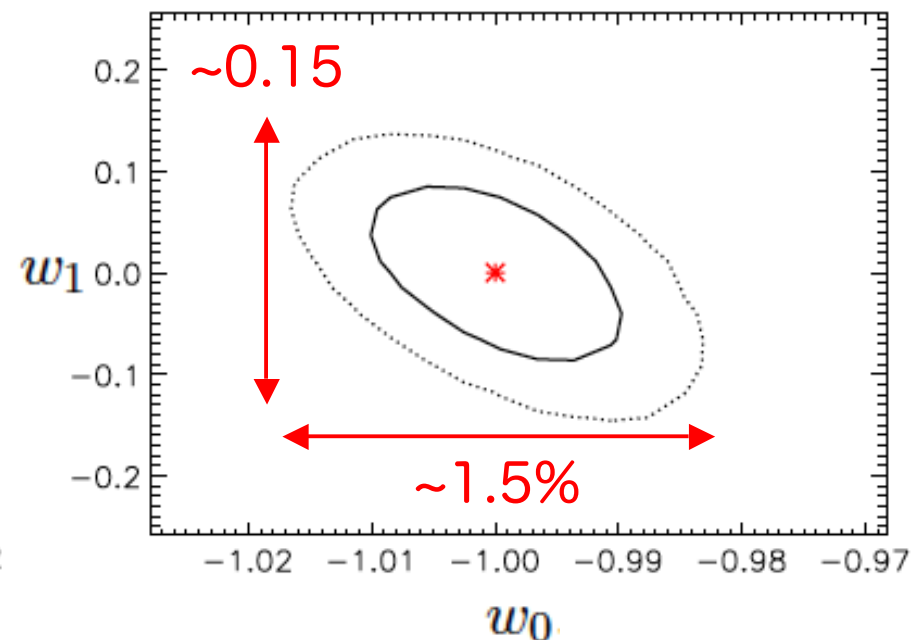
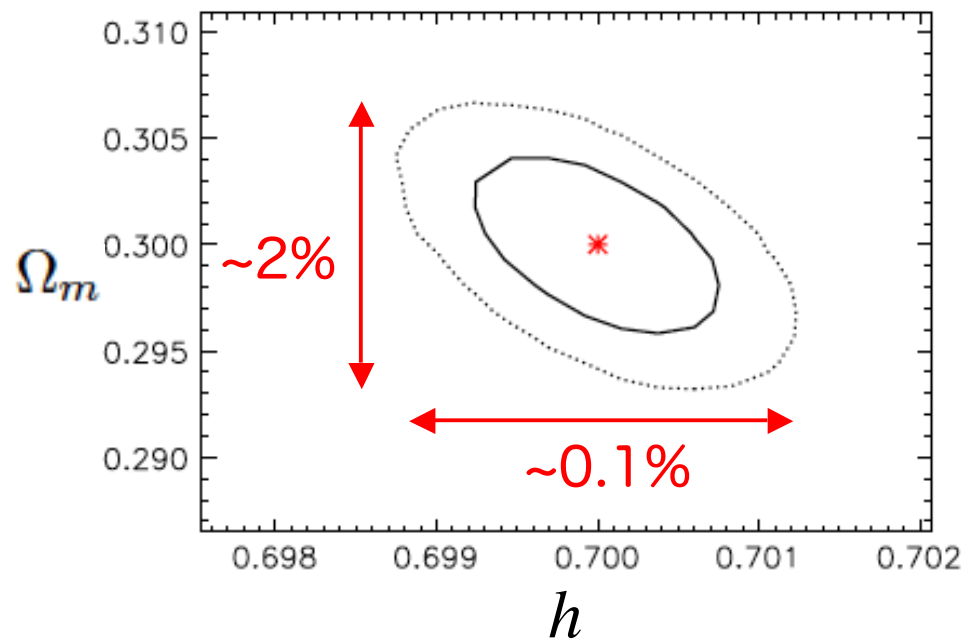
宇宙論パラメータ決定精度

BBOで観測される $\sim 10^5$ 個の連星を用いて、宇宙論パラメータを決定する


平坦宇宙、観測時間 3yr を仮定

[Cutler & Holz 2009]

$$w(z) = w_0 + w_1 \frac{z}{1+z}$$



Ia 型超新星に比べて、非常に良い決定精度 !!

- 
1. イントロダクション
 2. “標準的”な標準音源による宇宙膨張測定
 3. 標準音源で宇宙の非一様性を測る
 4. 赤方偏移を必要としない標準音源
 5. まとめ

摂動時空を調べる

宇宙加速膨張を説明する様々な”理論”モデル

- スカラー場など
- 大スケールでの重力理論の修正
- 宇宙項 (真空エネルギー)
- ボイドモデル

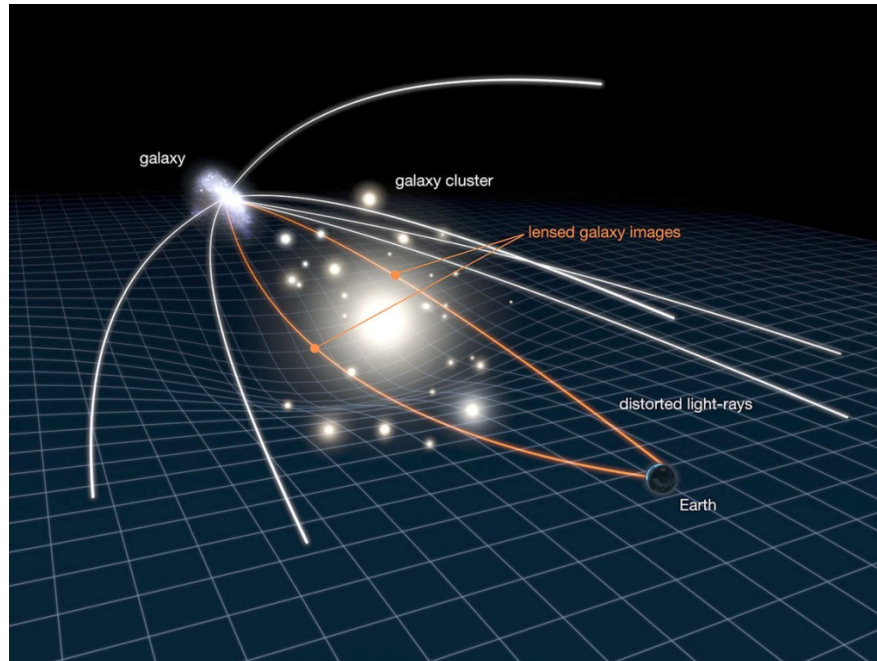
現在の観測 (SNe + BAO + CMB + …) は宇宙項と consistent.

背景時空として考えた場合には、ほとんどの理論モデルは
LCDM を特殊な場合として含んでいる.



将来的に理論モデルを区別するためには摂動レベルの観測データが
非常に重要 (物質パワースペクトル, 重力レンズ効果, …等.)

重力波の重力レンズ効果



- 重力波はヌル測地線に沿って伝搬する途中で銀河や銀河団によりレンズ効果を受ける。

- ソース天体はコンパクト連星。



歪み場はイメージが小さすぎて観測は出来ない。収束場 (重力波の "明るさ" の変化) は観測可能。

- 見かけの光度距離

$$D_{\text{app}} = \frac{D}{\sqrt{\mu}}$$

各連星に対して D_{app} と μ が決まると、増光率 μ は宇宙論パラメータの関数として与えられる。

- 増光率の全天マップが得られれば、重力波により宇宙の大規模構造を調べることが出来る。

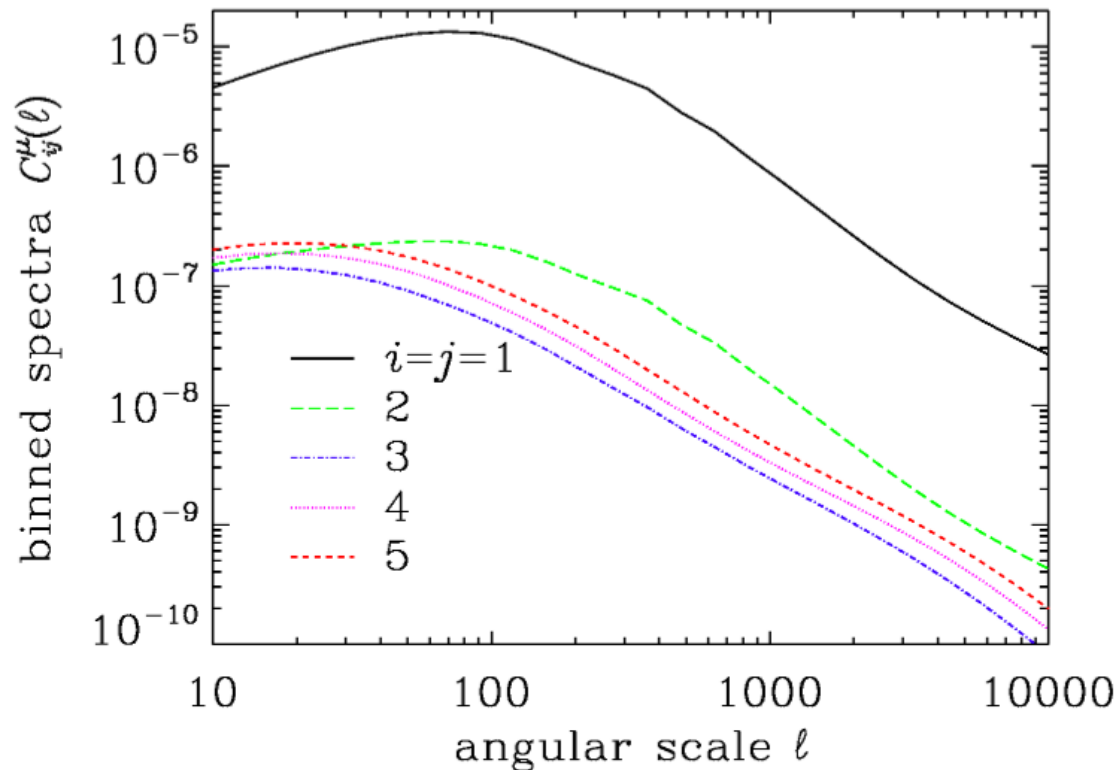
増光率の角度パワースペクトル

角度パワースペクトル $C_{ij}^\mu(\ell) = \int \frac{dz}{H(z)} \frac{W_i(z)W_j(z)}{\chi^2(z)} P^\delta \left[k = \frac{\ell}{\chi(z)}, z \right]$

物質パワースペクトル

重み関数

$$W_i(z) = 3H_0^2 \Omega_m (1+z) \chi(z) \int_z^{z_H} dz' \frac{\chi(z') - \chi(z)}{\chi(z')} \frac{dN_{NS}^{(i)}}{dz'}$$



- 赤方偏移の最大値は 2
- $z = 0.1 - 2$ を5つの赤方偏移ビンに分ける ($\Delta z = 0.38$)

解析方法

フィッシャー行列

$$\mathbf{F}_{\alpha\beta} = \sum_{\ell} \frac{2\ell + 1}{2} f_{\text{sky}} \frac{\partial C_{ij}^{\mu}}{\partial \vartheta_{\alpha}}(\ell) [\mathbf{C}_{\ell}^{\mu,\mu}]_{ijkl}^{-1} \frac{\partial C_{kl}^{\mu}}{\partial \vartheta_{\beta}}(\ell)$$

$$\vartheta_{\alpha} = \{ \Omega_m, \Omega_b, n_s, \sigma_8, w_0, w_a \} \quad h_0 \text{ は固定}$$

共分散行列

$$[\mathbf{C}_{\ell}^{\mu,\mu}]_{ijkl} = \underbrace{C_{ik}^{\mu}(\ell)C_{jl}^{\mu}(\ell)}_{\text{シグナル}} + \underbrace{C_{il}^{\mu}(\ell)C_{jk}^{\mu}(\ell)}_{\text{ショット雑音}} + \delta_{ijkl} \underbrace{\left[\frac{\sigma_{\mu}^2(z_i)}{N_{\text{NS}}^{(i)}} \right]^2}_{\text{検出器雑音}}$$

注1) レンズ効果はこの場合、雑音ではなく、シグナルになる。

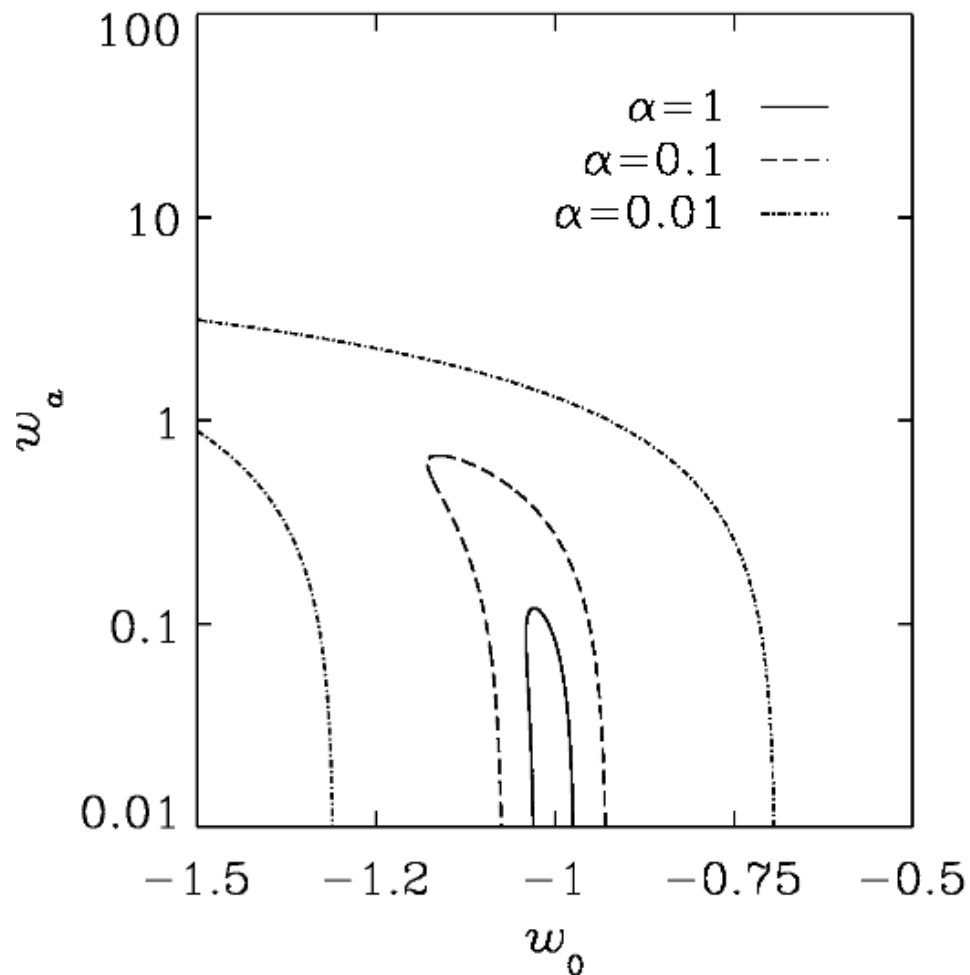
$$\text{パラメータの誤差} \quad \Delta\theta_{\alpha} = \sqrt{(\mathbf{F}^{-1})_{\alpha\alpha}}$$

注2) 増光率の分布は厳密には非ガウス分布になる。

[Hirata, Holz, & Cutler 2010, Shang & Haiman 2011]

ダークエネルギーパラメータへの制限

α : NS 連星の z 同定率

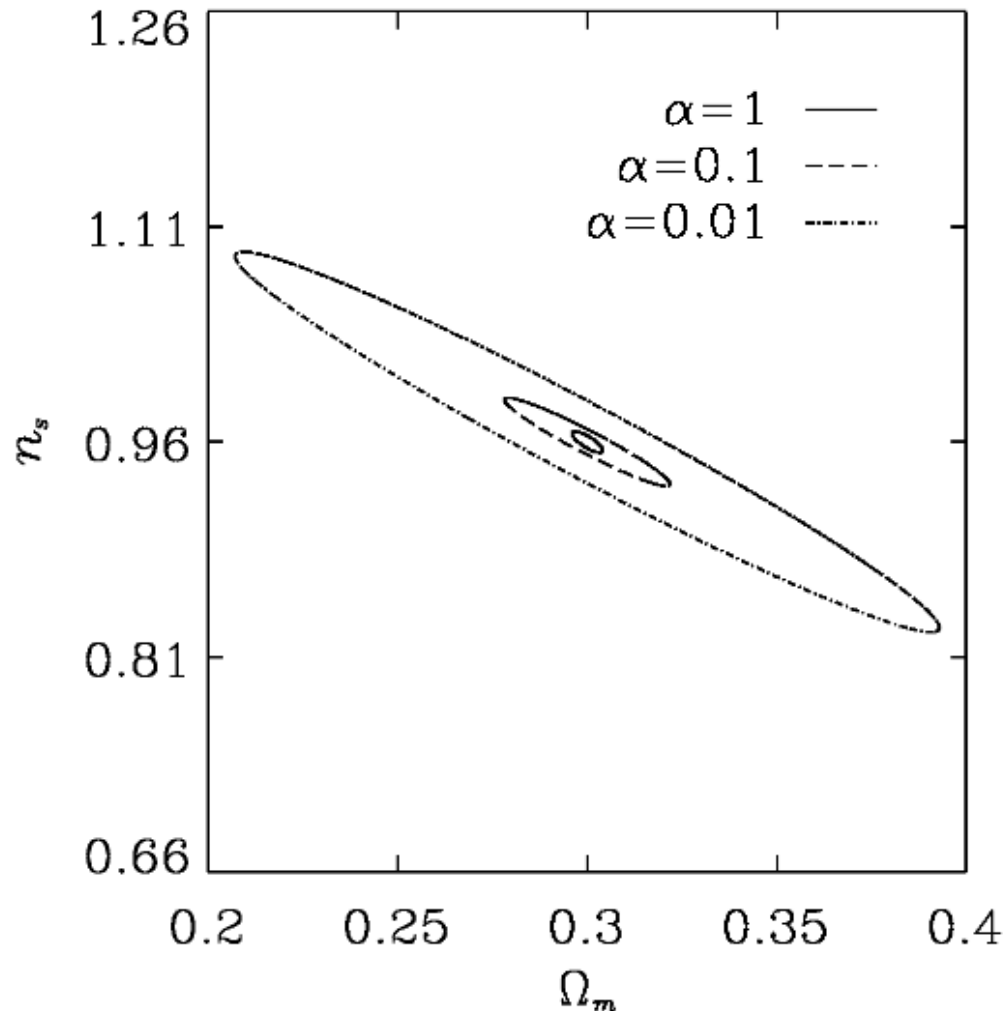


- NS 連星の赤方偏移同定率としては3通りの場合を考える。

$$\alpha = 1, 0.1, 0.01.$$

- この感度は背景時空の膨張測定の場合と同程度

他の宇宙論パラメータへの制限



- 重力波によって物質のパワー
スペクトルに関する情報を
得ることが出来る
- Ω_m に関しては背景時空の
膨張測定の場合と同程度の
感度
- 重要なことは n_s や Ω_b
も測れるということ

修正重力理論のパラメータ化 (1)

FRW 計量からのずれは次のようにパラメータ化される。

$$ds^2 = -a^2(\tau)[(1 + 2\Psi)d\tau^2 - (1 - 2\Phi)d\vec{x}^2]$$

Ψ と Φ は時間と空間に依存する任意関数。



$$\frac{\Phi}{\Psi} = \eta(a, k),$$

$$k^2\Psi = -4\pi G a^2 \mu(a, k) \rho \Delta, \quad \Delta \equiv \delta + 3 \frac{aH}{k} v.$$

GR では $\eta(a, k) = \mu(a, k) = 1$

これら2つの関数が実効的な重力の強さの時間・空間依存性を決め、密度揺らぎの成長率に影響する。

修正重力理論のパラメータ化 (2)

簡単な場合

[Zhao et al. 2010]

$$\mu(z) = \frac{1 - \mu_0}{2} \left(1 + \tanh \frac{z - z_s}{\Delta z} \right) + \mu_0,$$

$$\eta(z) = \frac{1 - \eta_0}{2} \left(1 + \tanh \frac{z - z_s}{\Delta z} \right) + \eta_0.$$

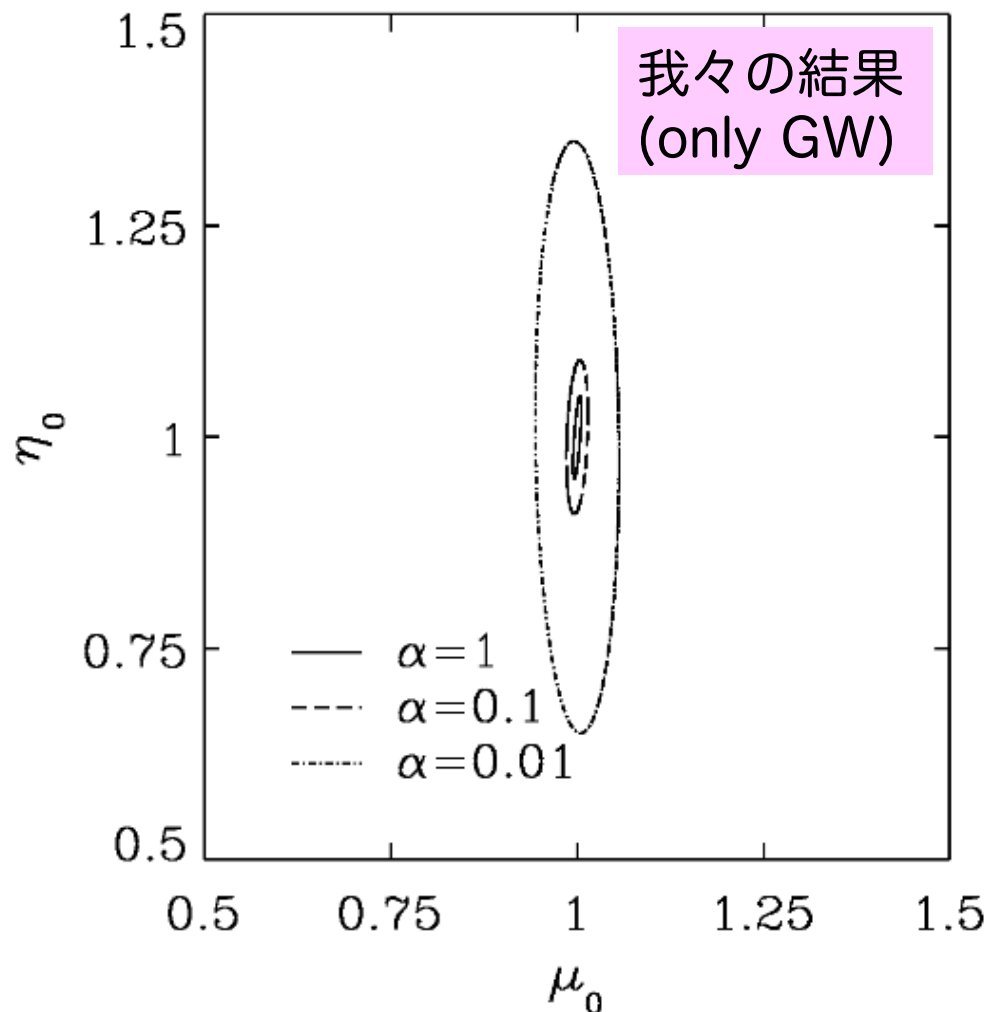
現在 ($z < z_s$) では, $(\mu, \eta) = (\mu_0, \eta_0)$

過去 ($z > z_s$) では, $(\mu, \eta) = (1, 1)$

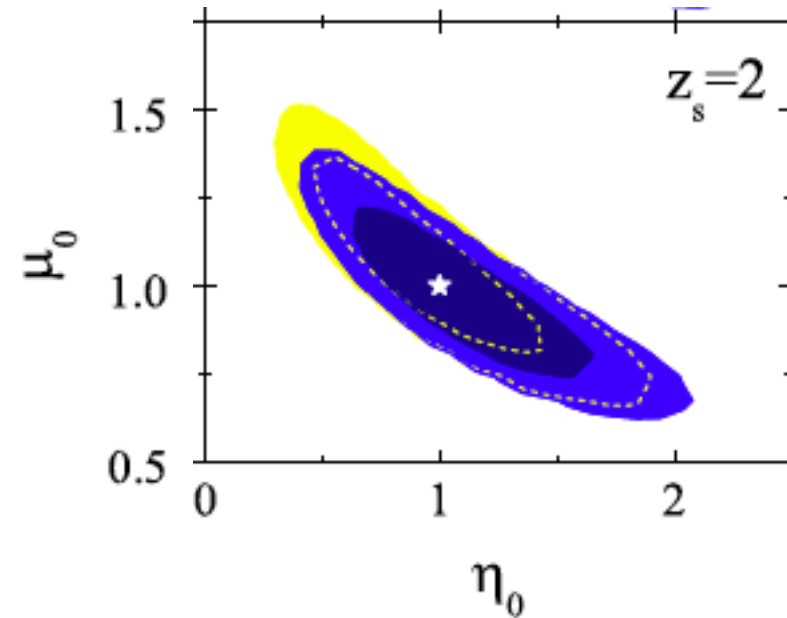
例えば、遷移に関するパラメータを $z_s = 2$, $\Delta z = 0.05$ とすると重力の修正は2つのパラメータ μ_0 , η_0 で特徴付けられる。

修正重力理論への制限


$$\vartheta_\alpha = \{\Omega_m, \Omega_b, n_s, \sigma_8, \mu_0, \eta_0\}$$



Zhao et al. の結果
 (dark blue region: 68% C.L.
 with WMAP5+SNe+ISW)



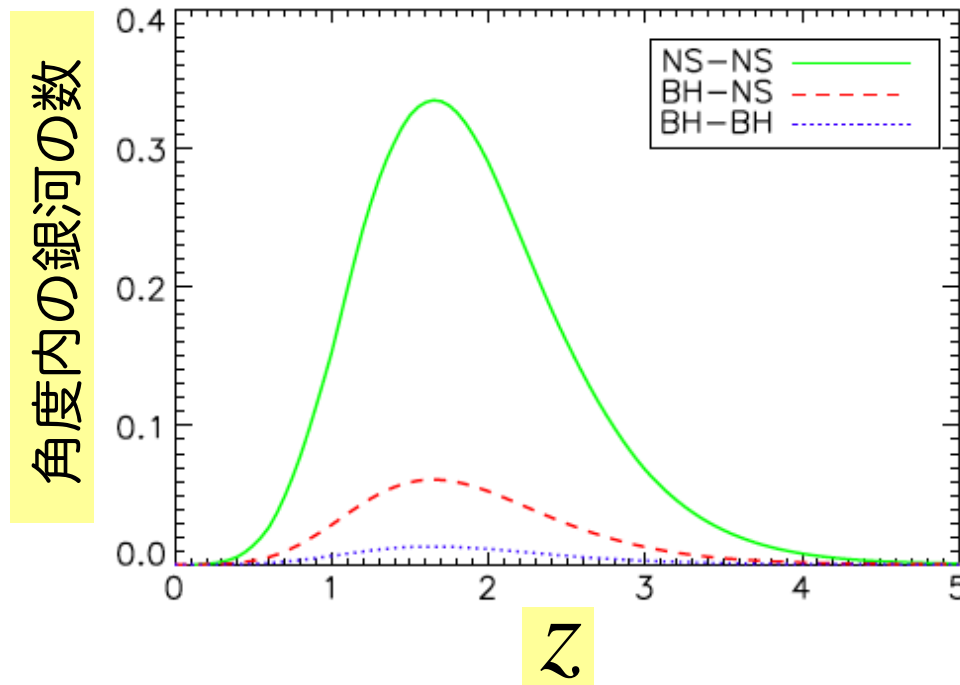
- DECIGO はずっと感度が良い。
- 誤差楕円の形が全く違う

- 
1. イントロダクション
 2. “標準的”な標準音源による宇宙膨張測定
 3. 標準音源で宇宙の非一様性を測る
 4. 赤方偏移を必要としない標準音源
 5. まとめ

ホスト銀河の z の同定

BBO の場合、角度分解能 1 - 100 秒角平方

Hubble Ultra Deep Field $dN/d\Omega = 1,000 \text{ galaxies/arcmin}^2$



BBO の視野内の銀河は
1つ以下



ホスト銀河を絞り込む
ことはおそらく可能

[Cutler & Holz 2009]

しかし、個々の銀河の赤方偏移を決めるのは時間がかかる。
そもそも銀河が見えない場合もある。
本当に全ての連星の z を決めることは可能か？

ホスト銀河の z 同定率の見積もり

- 重力波イベントに特化した分光観測は行わない
→ 赤方偏移の決定は銀河カタログを参照
- 簡単のため、各銀河で連星合体が起こる確率は同じとする。

ある銀河がカタログに存在している割合 $f_{\text{catalog}} = \frac{N_{\text{g,catalog}}}{N_{\text{g,total}}}$

HUDF の観測によると、 $N_{\text{g,total}} \sim 7 \times 10^{11}$

将来の銀河分光サーベイ (JDEM, WFIRST, Euclid 等) では、 $0.5 < z < 2$ の $\sim 10^8$ 個の銀河を観測する。

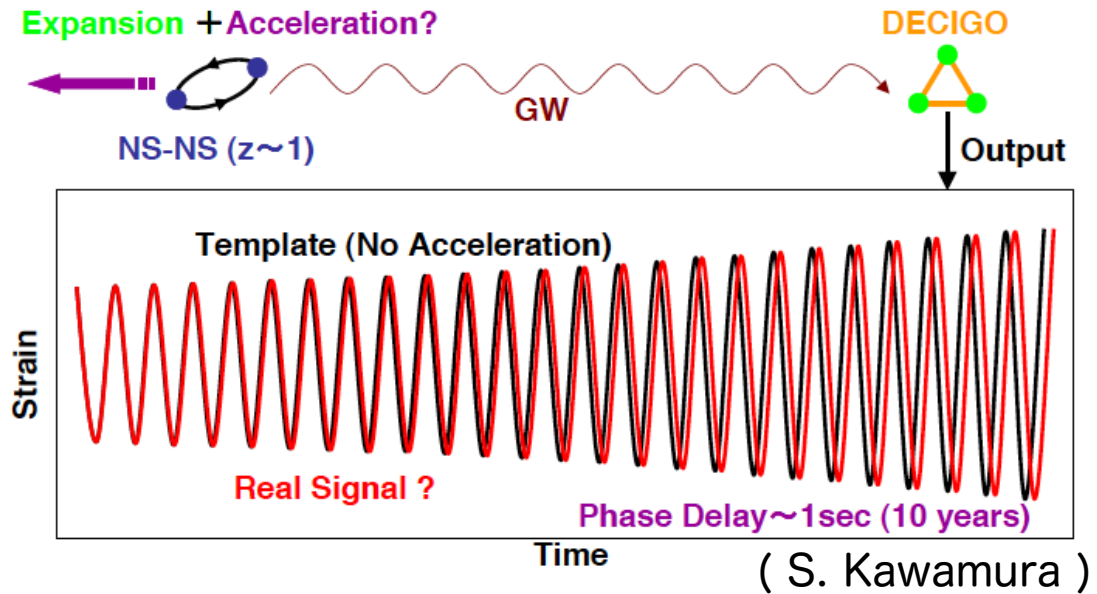
Follow-up の成功率 $\alpha = \frac{N_{\text{b,z}}}{N_{\text{b,total}}} = f_{\text{catalog}}$

よって、赤方偏移が得られる確率は $\alpha \sim 1 \times 10^{-4}$
($N_{\text{b,z}} \sim 10^6 \times \alpha \sim 100$)

宇宙膨張による位相補正

宇宙膨張により重力波は
位相変調を受ける

[Seto, Kawamura,
Nakamura 2001]



位相のずれ

$$\delta\Psi_{\text{acc}} = -2\pi f X(z) \Delta t^2$$

Δt : 合体までの観測時間

$$X(z) \equiv \frac{1}{2} \left(H_0 - \frac{H(z)}{1+z} \right)$$

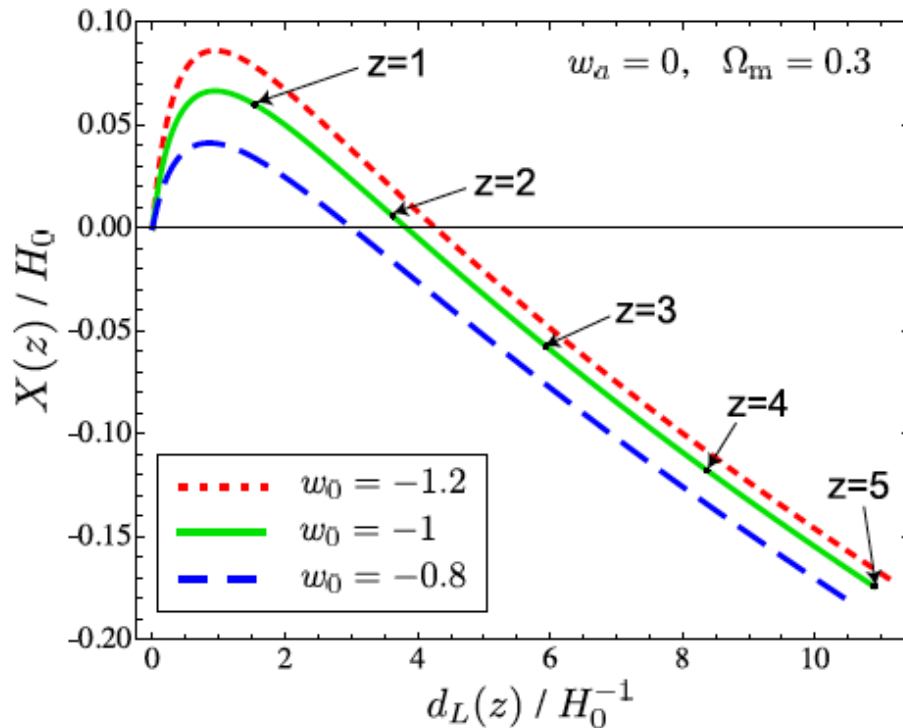
$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{加速膨張} & X(z) > 0 \\ \text{減速膨張} & X(z) < 0 \end{array} \right.$$

赤方偏移を必要としない標準音源

重力波振幅 $\longrightarrow d_L(z) = (1+z) \int_0^z \frac{dz'}{H(z')}$,

重力波位相 $\longrightarrow X(z) \equiv \frac{1}{2} \left(H_0 - \frac{H(z)}{1+z} \right)$

w_0 を変えた場合



(d_L, z) ではなく、
(d_L, X) により宇宙膨張を測る



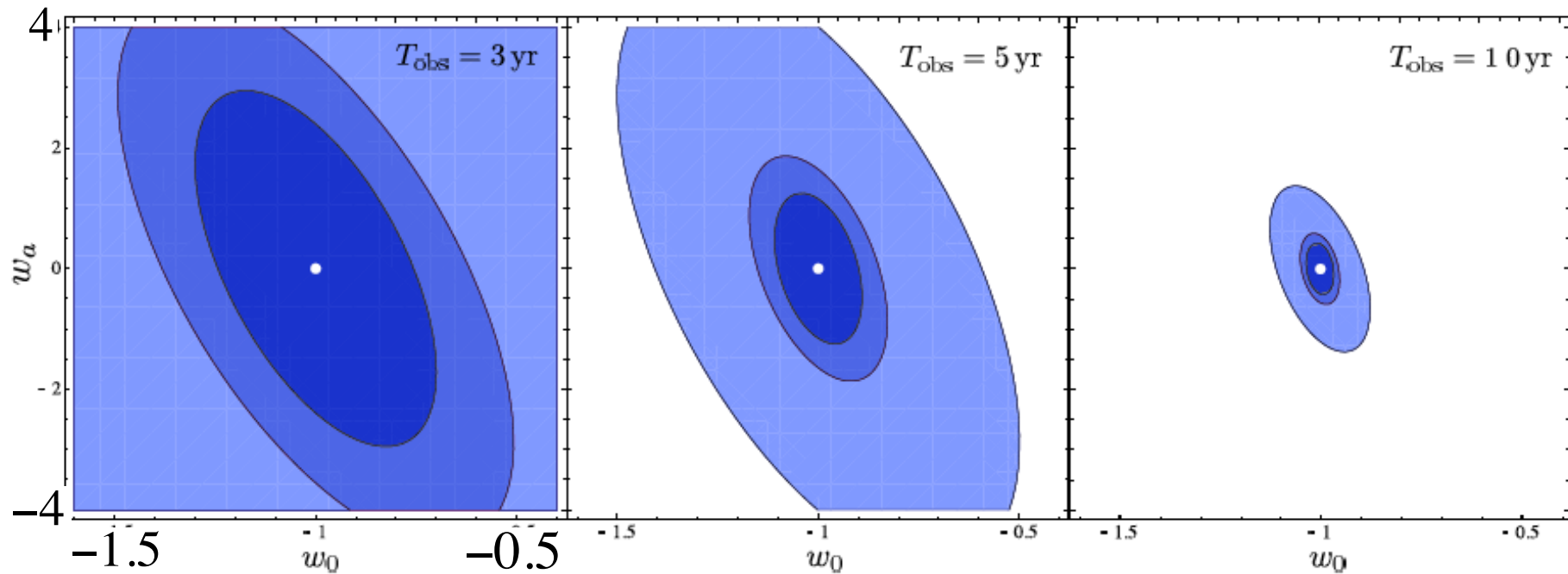
赤方偏移を知らなくても
原理的には宇宙論パラメータを
決定可能

ダークエネルギーへの制限

連星合体率は $\dot{n}_0 = 10^{-6} \text{ Mpc}^{-3} \text{ yr}^{-1}$ に固定

$$w(z) = w_0 + w_a z / (1 + z)$$

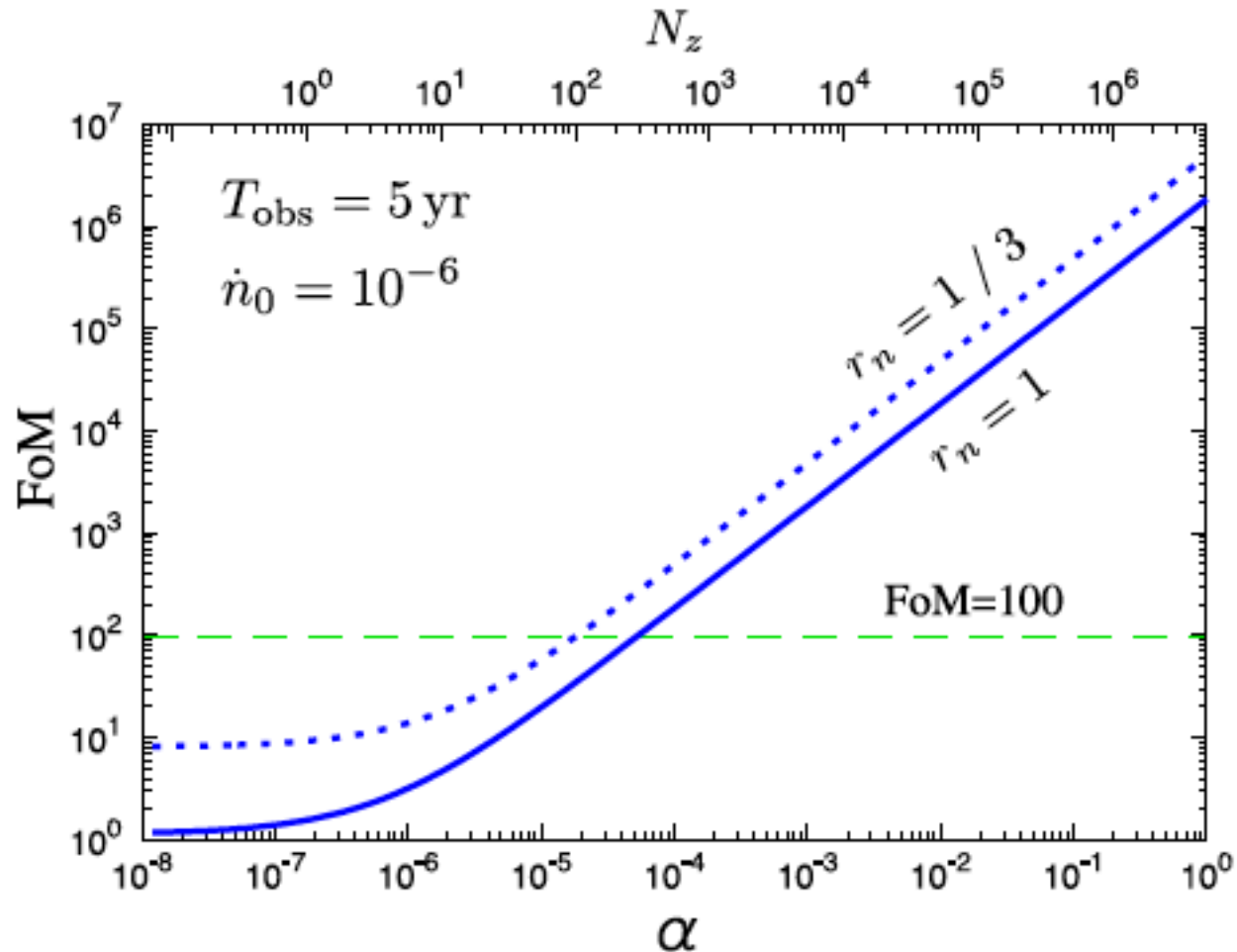
$r_n = 1, 1/3, 1/5$ をプロット



- 長時間の観測により感度は急激に良くなる $\Delta w_0, \Delta w_a \propto \dot{n}_0^{-1/2} T_{\text{obs}}^{-31/16} r_n$
- 現在の DECIGO ($r_n = 1,$) ではあまり強い制限は付けられない
- 5 yr, $r_n = 1/3,$ で超新星の将来観測と同じくらいの感度になる

赤方偏移が分かっている連星を加えた場合

$$\Gamma_{ab} = \alpha \int_0^\infty \frac{\partial_a d_L(z) \partial_b d_L(z)}{\sigma_{d_L}^2(z)} \frac{dN(z)}{dz} dz + \int_0^\infty \frac{\partial_a X(z) \partial_b X(z)}{\sigma_X^2(z)} \frac{dN(z)}{dz} dz$$



他の方法と比較

ソースの赤方偏移を統計的に扱う方法

[MacLeod & Hogan 2008; Petiteau, Babak, Sesana 2011]

完全な銀河カタログが必要。LISA の SMBH なら何とかなるかもしれないが、NS に対してはおそらく難しい。(LISA)

[Taylor, Gair, Mandel 2012]

NS の質量分布の幅が小さくないといけない。e.g. $\sim 0.05M_{\odot}$
(aLIGO, ET, DECIGO)

NS の潮汐変形を用いる方法


[Messenger & Read 2012]

NS の状態方程式が予め分かっていないといけない。しかも、この効果は 5PN なのでモデル化の問題もあり。(ET)

宇宙加速膨張による位相ずれを用いる方法

[Nishizawa et al. 2012]

特に仮定は必要ないが、位相ずれは小さいので、多数のソースと長時間観測が必要。(DECIGO)

- 
1. イントロダクション
 2. “標準的”な標準音源による宇宙膨張測定
 3. 標準音源で宇宙の非一様性を測る
 4. 赤方偏移を必要としない標準音源
 5. まとめ

まとめ

NS連星やBH連星からの重力波は標準音源として利用出来、
次世代の宇宙論プローブとして非常に重要

- 重力波で光度距離を測り、電磁波から赤方偏移が分かれば、宇宙論パラメータを精度良く決めることが出来る。
(ダークエネルギー探査、宇宙の非一様性の測定)
- ただし、ソースの赤方偏移を決めるのはそう簡単ではない。
- 宇宙加速膨張による位相ずれを観測すれば、赤方偏移を知らなくても宇宙論が出来る。しかも、純粹に重力波観測のみで出来るのは大きな利点。
- 他の方法

光度距離の双極成分を見る方法
[Nishizawa, Taruya, Saito (2011)]



各 z での $H(z)$ を直接測定出来る

非一様宇宙モデル検証への応用
[Yagi, Nishizawa, Yoo 2012]



DECIGO でほぼ全てのLTBモデルを棄却出来る