

位相数学 I・同演習（2020 年度）中間試験問題

下記の問題の解答を、次ページ以降の解答用紙に書き、2020/06/18(木) 23:59 までに webclass を通して提出せよ。解答用紙は、全く同じでなくても構わないが、同様の形式にすること。整理の都合上、指定されたページ以外に書かれた解答は、採点しない可能性が高い。

解答についての注意

証明問題の解答を書くときには、解答中に適宜「示すこと」を必ず書くこと。示すことが正しく書かれていなかったり、答案が著しく読みにくい場合には、採点しないことがあります。また、本試験は「持ち込み可」相当で行う。すなわち、教科書やノート等を見ても構わない（むしろ定義を確認して正確に書くよう気を付けた方が良い）。ただし解答について人間と相談することは禁止する。

問題

[1] $A \subset \mathbb{R}$ とする。また、 $\overline{(A^\circ)}$ を A の内部の閉包とする（閉包の内部 $(\overline{A})^\circ$ ではない）。このとき以下の包含関係が正しい場合には証明し、正しくない場合には反例を挙げよ。反例を挙げるときには、具体的に与えられた集合の内部や閉包が何になるかは、証明せずに用いて良い。

(1) $\overline{A} \subset \overline{(A^\circ)}$. (20 点)

(2) $\overline{(A^\circ)} \subset \overline{A}$. (20 点)

[2] $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ を連続関数とし、 $A \subset \mathbb{R}$ とする。このとき $f(\overline{A}) \subset \overline{f(A)}$ が成り立つことを定義に従って示せ。 (20 点)

[3] 次で定義される関数を考える：

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}: x \mapsto \begin{cases} 0 & (x \leq 0), \\ 1 & (x > 0). \end{cases}$$

この関数 f が連続でないことを、問題 [2] の結果を用いて示せ。ただし具体的に与えられた集合の閉包が何であるかは、証明せずに用いて良い。 (20 点)

[4] 自然数全体の集合 \mathbb{N} が \mathbb{R} 内のコンパクト部分集合であるかどうかを予想し、それを定義に従って示せ。 (20 点)

[5] 中間アンケートをこの場を借りて実施します。講義および演習に関する意見・コメント・要望等がありましたら、答案に書いて下さい。webclass の目安箱（匿名アンケート）あるいは質疑応答に入力しても構いません。

位相数学 I・同演習（2020 年度）中間試験 解答用紙

学生番号 _____

氏名 _____ 点数 _____ /100

[1] (1)

[1] (2)

[2]

[3]

[4]

[5]