

位相数学 I・同演習（2020 年度）期末試験問題

下記の問題の解答を、次ページ以降の解答用紙に書き、2020/08/06(木) 23:59 までに webclass を通して提出せよ。解答用紙は、全く同じでなくても構わないが、同様の形式にすること。整理の都合上、指定されたページ以外に書かれた解答は、採点しない可能性が高い。

解答についての注意

証明問題の解答を書くときには、解答中に適宜「示すこと」を必ず書くこと。示すことが正しく書かれていなかったり、答案が著しく読みにくい場合には、採点しないことがあります。また、本試験は「持ち込み可」相当で行う。すなわち、教科書やノート等を見ても構わない（むしろ定義を確認して正確に書くよう気を付けた方がよい）。ただし解答について人間と相談することは禁止する。

問題

- [1] (X, d) を距離空間, $A \subset X$ とし, d_A を A 上の (X, d) から決まる部分距離とする。また U を (A, d_A) 内の開集合とする。このとき次を示せ: $\exists O$ ((X, d) 内の開集合) : $U = O \cap A$. (20 点)
- [2] 距離空間内の有限部分集合は閉集合である。この主張を正確に書き、それを示せ。ただし、閉集合であることと補集合が開集合であることの同値性は、証明せずに用いて良い。(20 点)
- [3] (X, d) を距離空間とし, A, B を (X, d) 内のコンパクト部分集合とする。このとき, 和集合 $A \cup B$ も (X, d) 内のコンパクト部分集合であることを, 定義に従って示せ。(20 点)
- [4] $(X, d_X), (Y, d_Y)$ を距離空間とし, 写像 $f: X \rightarrow Y$ が次をみたすとする: (Y, d_Y) 内の任意の開集合の逆像は, (X, d_X) 内の開集合である。このとき, 写像 f が連続であることを定義に従って示せ。(20 点)
- [5] $A := [0, 2)$ とし, \mathbb{R} 上の標準的な距離から決まる A 上の部分距離を d_A で表す。このとき, $[0, 1)$ および $[1, 2)$ の (A, d_A) 内での内部と閉包が何であるか, 4 パターン全て答えよ。証明する必要はない。(20 点)
- [6] 講義および演習に関する意見・コメント・要望等がありましたら, 答案に書いて下さい。webclass の目安箱 (匿名アンケート) あるいは質疑応答に入力しても構いません。また, 授業アンケートへの回答もお願いいたします。

位相数学 I・同演習（2020 年度）期末試験 解答用紙

学生番号 _____

氏名 _____ 点数 _____ /100

[1]

[2]

[3]

[4]

[5]

[6]