

線形代数 1 (橋本) 小テスト

注意 すべての解答用紙に学生番号と氏名を記入すること. 問題番号がわかるようにして解答を書くこと. 計算の過程が分かるような記述に努めること. 時間は 10:35 まで. 問題と計算用紙は提出せずに持ち帰ること.

問題 1. 次の行列の逆行列を求めよ.

$$(1) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad (2) \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 & -1 \\ -2 & 1 & -1 & 1 \\ -3 & 2 & 1 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

問題 2. a は実数とするととき, 次の行列の階数を求めよ.

$$(1) \begin{pmatrix} 1 & a & a \\ a & 1 & a \\ a & a & 1 \end{pmatrix} \quad (2) \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 0 & -2 \\ 4 & -7 & 13 & -1 & -8 \\ -1 & 0 & -5 & 3 & 3 \\ -1 & 3 & -2 & 0 & a \end{pmatrix}$$

問題 3. 次の連立 1 次方程式を解け.

$$(1) \begin{cases} x_1 - x_2 - 3x_3 + x_4 + 5x_5 = 1 \\ -x_1 + 2x_2 + 5x_3 - 2x_4 - 9x_5 = -1 \\ 2x_1 - x_2 - 4x_3 + 3x_5 = 1 \\ x_1 - 2x_2 - 5x_3 + x_4 + 6x_5 = 0 \end{cases}$$
$$(2) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 - x_5 = 2 \\ x_1 + 3x_2 + 3x_3 + x_4 = 7 \\ -x_1 + 3x_3 + x_4 + 2x_5 = 6 \\ x_1 + x_2 - x_3 - 2x_4 - 3x_5 = -4 \end{cases}$$

問題 4. A と B は n 次の正方行列で, A, B ともにベキ零とする. もし A と B が可換ならば, $A + B$ もベキ零であることを示せ.

問題 5. 連立 1 次方程式 $Ax = b$ (A は $m \times n$ 行列, x は変数を並べた n 次の列ベクトル, b は m 次の定ベクトル) が無限個解を持つとき, 同次連立 1 次方程式 $Ax = 0$ は無限個解を持つことを証明せよ.